

人工智能赋能高等数学分层教学的模式构建与实践探索 ——以成都锦城学院《高等数学衔接与拓展》课程为例

周正松 李军燕 钱小瑞

成都锦城学院 数理中心, 中国·四川 成都 611731

摘要: 在高等教育大众化与数字化转型的双重背景下, 学生数学基础的多维分化与传统教学供给的同质化矛盾已成为制约人才培养质量的瓶颈问题。本研究以建构主义学习理论和维果茨基最近发展区理论为基石, 创造性地提出人工智能赋能的“认知衔接-动态适配-靶向生长”三层教学模型。通过构建高中-大学-考研贯通式知识图谱, 研发衔接断层动态诊断算法与个性化学习路径生成引擎, 在成都锦城学院 2310 名学生中开展系统化教学实验。实践证明, 该模式不仅有效弥合了学生认知基础的代际差异, 更重塑了“人工智能处理机械知识传递、教师聚焦思维深化引领”的新型教育生态, 为理科基础课程破解规模化因材施教这一历史性难题提供了具有原创价值的解决方案。

关键词: 人工智能教育; 高等数学; 分层教学; 认知衔接; 个性化学习

Construction and Practice of AI-Empowered Tiered Teaching Model in Advanced Mathematics——A Case Study of "Advanced Mathematics Bridging and Extension" Course at Chengdu Jincheng College

Zhou Zhengsong, Li Junyan, Qian Xiaorui

Department of Mathematics and Physics, Chengdu Jincheng College, China Sichuan Chengdu 611731

Abstract: Under the dual background of mass higher education and digital transformation, the contradiction between multidimensional differentiation of students' mathematical foundations and homogenized traditional teaching has become a bottleneck restricting talent cultivation quality. Based on constructivist learning theory and Vygotsky's Zone of Proximal Development, this study creatively proposes an AI-empowered three-layer teaching model of "cognitive bridging-dynamic adaptation-targeted growth". By constructing a seamless knowledge graph spanning high school, university, and postgraduate mathematics, and developing algorithms for diagnosing cognitive gaps and generating personalized learning paths, systematic teaching experiments were conducted with 2310 students. Practice demonstrates that this model effectively bridges intergenerational cognitive differences and reshapes a new educational ecology where "AI handles mechanical knowledge transfer while teachers focus on thinking cultivation", providing an original solution for large-scale personalized teaching in STEM foundational courses.

Keywords: AI in education; Advanced Mathematics; Tiered teaching; Cognitive bridging; Personalized learning

1 分层教学的时代之困与范式突围

1.1 现实困境的多维透视与归因

高等数学作为现代理工科人才培养的基石性课程, 正面临工业化教育范式与信息化时代需求的深层冲突。这种冲突在教学中具体呈现为三重结构性矛盾。

1.1.1 认知断层的代际传递

高中与大学数学知识体系间存在显著的思维范式鸿沟。例如从函数的具体运算向极限抽象思维的跃迁过程中, 学生需要建立严格的 $\varepsilon - \delta$ 语言系统; 从经验性几何证明

向形式化分析推理的转变, 则要求掌握公理化演绎方法。许多学生因未能跨越这些认知门槛, 在微积分入门阶段即产生深度挫败, 进而形成“数学恐惧症”的心理屏障。这种断层本质上源于不同教育阶段思维训练目标的错位, 而传统教学往往将其简单归因为学生努力程度不足。

1.1.2 能力谱系的连续分布特征

高校扩招背景下, 生源结构呈现前所未有的多样性。以我校 2024 级为例, 新生高考数学成绩标准差达 28.7 分, 最低分与最高分相差 86 分。这种连续分布的能力谱系, 使

传统按专业分班的粗放型教学模式完全失效——既无法满足基础薄弱学生的认知补缺需求，也难以承载学优生的学术拓展渴望。更严峻的是，统一教学进度实际上剥夺了两类群体的发展机会。

1.1.3 教学效能的系统性衰减

在七八十人规模的课堂教学中，教师被迫将主要精力消耗于重复性答疑和机械式作业批改。据课堂观察记录，传统模式下教师仅有不足 30% 时间用于高阶思维训练。这种状况导致数学教育异化为解题技巧训练，严重削弱了其培养科学思维的本体价值。当教育过程退化为知识搬运，师生双方都在经历意义感缺失的精神困境。

1.2 人工智能的赋能逻辑与教育使命

人工智能技术为破解上述困境提供了革命性路径，其核心价值在于实现三重教育重构。

1.2.1 认知诊断的范式革新

通过知识图谱技术将隐性的认知路径显性化。例如建立“三角函数公式遗忘→极限计算障碍→微分中值定理理解困难”的因果链模型，使原本不可见的认知断层转化为可观测、可量化的干预对象。这种诊断不仅关注知识点缺失，更追踪思维方式的代际传承。

1.2.2 教学供给的精准重构

利用自适应学习算法实现教育资源的智能配置。系统基于认知诊断结果为每位学生生成专属的“学习处方”：对需要夯实基础者提供认知脚手架，对准备学术突破者开放思维拓展空间。这种供给模式打破了传统教育的时空限制，使优质资源实现按需分配。

1.2.3 师生角色的本质回归

人工智能承担知识传递的标准化工作，将教师从机械劳动中解放。当教师角色转向思维引导者和认知教练，学生则从被动接受者转变为学习路径的共同设计者。这种人机协同模式重新定义了教育的本质——从知识传授升华为智慧启迪。

2 理论框架：三层模型的建构逻辑与教育意蕴

2.1 认知衔接层的设计哲学与实践路径

知识衔接绝非简单的知识点对应，而是认知结构的系统性重塑。我们在实践中形成三大设计原则。

2.1.1 概念溯源设计

针对函数、三角等核心概念开发“历史发生学微课”。例如通过阿基米德求抛物线面积的原始方法，揭示积分思想的萌芽过程；利用伽利略斜面实验动画，展现导数概

念的物理本源。这种设计帮助学生建立知识的“历史纵深感”，理解数学概念演化的内在逻辑。

2.1.2 思维过渡桥梁

精心设计认知跃迁的阶梯式路径。在“数列极限→函数极限”的转化中，首先通过离散点集可视化建立极限的直观认知，再引入 $\varepsilon - N$ 语言进行局部精度控制，最后拓展到连续函数的 $\varepsilon - \delta$ 定义。每个过渡环节都配备动态几何演示工具，使抽象概念获得几何直观支撑。

2.1.3 方法论的代际传承

重组数学思想方法体系。特别关注高中不等式证明技巧与微分中值定理证明的思维同构性：二者都蕴含“构造辅助函数→分析函数性质→应用存在性定理”的三段论范式。通过对比分析拉格朗日中值定理与柯西不等式的证明结构，实现方法论的螺旋上升。

典型案例深度解析。在微分中值定理单元教学中，系统自动检测到某学生未掌握反证法思维。于是推送定制化学习模块：首先回顾“高中代数不等式的反证法经典案例”（如证明 $\sqrt{2}$ 的无理性），然后对比分析“罗尔定理证明中的反证逻辑”，最后引导学生发现“方程根的存在性证明”与“导数零点存在性”的思维共性。该生完成学习后感慨：“原来大学数学不是新知识，而是高中思维的升级版！”

2.2 动态适配层的运行机制与教育智慧

本模型的核心突破在于实现教学供给的弹性化与生长性。

2.2.1 初始适配的精准画像

基于多维入学诊断（包含知识测试、认知风格问卷、学习动机评估），为每位学生建立初始认知画像。例如为函数概念薄弱者生成“函数本质理解路径”：从初中变量关系到高中函数表示，再到大学映射定义。

2.2.2 动态调适的生长陪伴

学习过程中持续监测认知发展轨迹。当系统检测到某学生在多元复合函数求导中反复出错，自动启动“认知降阶”机制：先回归一元函数求导的变式训练，通过函数结构可视化工具强化链式法则理解；待能力巩固后，再渐进引入二元函数的截面分析法。整个过程如同智慧的登山向导，始终将挑战控制在最近发展区内。

2.3 靶向生长层的干预策略与认知矫治

针对数学学习的思维特性，设计分层矫治方案。

2.3.1 表层错误即时干预

对“微分方程分离变量错误”类操作性问题，系统推

送分步拆解动画：第一步识别方程类型，第二步判断可分离性，第三步执行变量分离操作。每个步骤配备典型反例分析，如展示忘记分离常数导致的解空间错误。

2.3.2 思维定式系统矫治

针对“滥用洛必达法则”的深层认知偏差，设计认知冲突情境：首先呈现使用洛必达法则失效的典型例题（如 $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 \sin(1/x))/\sin x$ ），然后引导学生发现错误根源，最后对比展示泰勒展开法的普适性。通过制造认知失衡实现思维范式转换。

2.3.3 元认知能力培育

开发解题反思日志系统，要求学生记录“方法选择依据 - 过程监控节点 - 结果评估标准”。例如在积分求解中，系统提示：“为何选择极坐标而非直角坐标？计算过程中是否验证了雅可比行列式？结果是否符合几何 / 物理意义预估？”这种训练使学生从机械解题转向思维自觉。

3 实践创新：教育范式的三重变革与生态重建

3.1 知识传递范式的革命性颠覆

传统“教材中心”的知识传递模式被彻底解构与重建。

3.1.1 知识组织逻辑的重构

打破教材章节的物理界限，按认知逻辑重组为“函数思想 - 极限本质 - 微积分架构”三大思维模块。每个模块建立跨章节的概念网络图，如将导数应用、微分中值定理、泰勒公式整合为“局部逼近”方法群。这种重组揭示数学知识的内在统一性。

3.1.2 学习路径的生态化演进

形成“千人千书”的动态知识网络。系统记录显示，在 2025 年春季学期，2310 名学生共生成 1947 条差异化学习路径，其中最长的“基础强化路径”包含 82 个学习节点，而“竞赛拓展路径”则深入复变函数领域。这种多样性印证了怀特海的教育格言：“学生是有血有肉的个体，教育的目的是激发他们的自我发展之路。”

3.1.3 评价反馈的神经化响应

借助学习分析技术，解题过程被实时解析为思维流程图。当学生尝试证明拉格朗日中值定理时，系统自动检测证明逻辑的断裂点（如未构造辅助函数），即时推送历史相似案例（柯西中值定理的构造思路）。这种干预使认知错误在萌芽阶段即被矫治，显著降低错误固化概率。

3.2 教学共同体的结构性重建

人工智能催生教育主体的功能重构与关系进化。

3.2.1 人工智能的教育定位

作为认知助教，AI 承担三项基础服务：知识传递的标准化实施（如公式推导演示）、过程数据的自动化采集（如答题轨迹记录）、基础训练的个性化配置（如变式题生成）。2025 年春季学期数据显示，AI 有效处理了 83% 的常规答疑，使教师答疑效率提升 4.2 倍。

3.2.2 教师角色的本质回归

释放的教师精力转向高阶思维引领：设计认知冲突情境（如组织“无穷小比较”辩论赛）、开展数学探究活动（如指导微分方程建模）、培育科学审美能力（如解析傅里叶级数的和谐之美）。

3.2.3 学生主体的意识觉醒

学习者从教育对象转变为发展主体。系统后台显示，37% 的学生曾自主调整学习路径，15% 申请增加拓展内容。最典型的是一位电子信息专业学生，在完成常规课程后主动要求学习张量分析基础。

3.3 教育公平内涵的范式升级

本实践重新定义教育公平的时代内涵。

3.3.1 过程公平的新诠释

无论基础强弱，每位学生都持续获得适配其最近发展区的挑战任务。在极限概念学习中，基础组通过直观动画理解“无限逼近”，而学优组则探讨超实数理论的哲学意义。这种差异化供给实现真正的起点公平。

3.3.2 资源公平的数字化实现

通过云端资源共享，各地区学生均可获得教育资源。说明了数字技术打破地域限制对教育公平的促进作用。

3.3.3 发展公平的制度保障

建立“基础达标 + 个性发展”的双轨评价体系。基础考核确保核心素养达标，而创新实践、拓展研究等纳入发展性评价。这种制度使不同特质学生都能获得成长认可，从根本上消解“唯分数论”的公平困境。

4 价值延伸：范式推广的多元可能与时代启示

4.1 学科教学的普适迁移价值

本模式在科学教育中具有可扩展的迁移价值。

4.1.1 物理学科的认知过渡

构建“经典力学直观→量子概念抽象”的思维训练阶梯。例如在讲授不确定性原理前，先通过经典轨道可视化建立确定性世界观，再引入单电子衍射实验制造认知冲突，最后引导理解概率波概念。这种设计可显著降低量子力学的入门门槛。

4.1.2 化学学科的宏微转换

开发“宏观现象观察→微观机理推演”的思维转换工具。针对化学平衡概念，先展示颜色变化的实验现象，再通过分子碰撞模拟揭示平衡动态本质，最后建立平衡常数数学模型。这种训练可培育学生的多尺度建模能力。

4.1.3 程序设计的语言跃迁

设计“自然语言描述→形式语言表达”的渐进转换路径。在讲授递归算法时，先从日常生活中的递归现象（如俄罗斯套娃）建立直观认知，再过渡到数学归纳法训练，最后实现编程语言的递归实现。这种路径可有效降低抽象思维的陡度。

4.2 教育数字化转型的方法论启示

本实践为教育数字化提供深层启示。

4.2.1 技术定位的本质澄清

人工智能不是替代教师，而是扩展其能力边界的“认知外骨骼”。在积分应用教学中，AI 快速生成旋转体模型供学生探索，而教师则专注引导学生发现“微元法”的思想精髓——这种协同使教学效能产生质的飞跃。

4.2.2 建设原则的价值排序

数字平台建设必须遵循“教育本质优先、技术适度赋能”原则。我校平台开发中坚持“教学设计主导技术实现”，例如在知识图谱构建时，数学教师团队负责认知逻辑设计，工程师仅提供技术支持，确保教育规律不受技术逻辑绑架。

4.2.3 发展路径的战略选择

教育数字化需从“工具性应用”走向“范式性变革”。当前多数平台仅实现作业电子化、讲解视频化等表层变革，而本实践通过重构教学关系、再造教育流程，证明只有触及教育本质的数字化转型才能释放革命性力量。

4.3 教师专业发展的新向度

本模式催生教师能力矩阵的战略升级。

4.3.1 认知导航能力

教师需掌握学习分析技术，准确诊断认知障碍。例如通过学生解题时的犹豫点分布图，判断其是否真正理解链式法则的复合结构，而非简单归因为计算粗心。

4.3.2 思维激发能力

设计具有认知张力的教学情境。在讲授傅里叶级数时，教师组织“方波逼近”探究活动：学生分组尝试不同谐波组合，在试错中发现吉布斯现象，这种探索过程使数学发现重获生命力。

4.3.3 人机协同智慧

发展教育资源配置的艺术。优秀教师懂得何时使用 AI 生成变式题巩固技能，何时亲自介入引导思维突破。这种协同智慧将成为智能时代教师的核心竞争力。

5 结语

走向智慧教育新范式。本研究的核心结论已超越技术层面，指向教育本质的重构。

5.1 认知衔接是破解分层困境的锁钥

高中—大学知识断层本质是思维范式转换的失败。通过知识图谱显性化认知路径，使衔接教学从经验判断走向科学设计。教育者必须认识到：没有认知脚手架的知识传授，如同在流沙上建造大厦。

5.2 动态适配重塑教学的本质属性

教育不是工业化的标准生产，而是农业化的生态培育。人工智能为个性化生长提供技术支撑，使因材施教从千年教育理想变为可操作的实践范式。当教学节奏顺应学生的认知节律，教育才能真正实现“一棵树摇动另一棵树”的唤醒功能。

5.3 人机协同催生教育新文明

当 AI 承担知识传递的机械劳动，教师回归思维启迪的本真使命，数学教育才能超越解题之术，升华为明理之道。这种协同不仅改变教学方式，更重塑师生关系——从授受对立走向成长共同体。

参考文献：

- [1] 杨现民, 郑奕珂, 李新等. 加速推进人工智能与教育的深度融合: 经验、挑战与建议——基于 8 场专题座谈的内容分析[J]. 中国电化教育, 2025,(07):34-41.
- [2] 王昕, 田源, 李清微. 基于知识图谱的高等数学课程教学改革探究[J]. 教育信息化论坛, 2025,(03):67-69.
- [3] 秦小林, 刘云浩, 邓力华等. 数学类人答题的知识图谱构建新方法[J]. 系统科学与数学, 2025,45(05):1386-1399.
- [4] 朱艳茹. 基于知识图谱的自适应学习系统设计与实现[D]. 吉林大学, 2018.
- [5] 何川美, 解楠, 姜浩. AI 赋能: “高等数学”课程的智能化教学改革探索[J]. 科技风, 2025,(18):130-132. DOI:10.19392/j.cnki.1671-7341.202518042.
- [6] 栗志华, 梅银珍, 王鹏. 人工智能在大学数学个性化教育中的探索[J]. 乐山师范学院学报, 2024,39(08):45-54. DOI:10.16069/j.cnki.51-1610/g4.2024.08.006.
- [7] 温文嫫, 方玉明, 韩加林. 人工智能环境下大学数

学的教学模式探讨[J]. 数学学习与研究, 2021, (04): 25-26.

[8] ARTIGUE M. Learning Calculus in a Digital Era[J].
ZDM Mathematics Education, 2021, 53(5): 1027-1038.

[9] Bruner J S. Toward a Theory of Instruction[M].
Harvard University Press, 2020.

基金项目：2024 年度成都锦城学院教改项目“基于专业和考研需求的大学数学课程体系与教学内容改革研究”
项目编号：2024JCJY0013。

作者简介：周正松（1987-），男，四川成都人，副教授，研究方向：大学数学教育、教育智能化。