

课程思政下全概率与贝叶斯公式中的辩证统一思想

李艳 李健

上海应用技术大学, 中国·上海 201418

摘要: 概率论与数理统计中的全概率公式与贝叶斯公式, 不仅是解决复杂概率问题的强有力工具, 其更蕴含着深刻的辩证唯物主义思想——课程思政。本文旨在探讨两个公式如何生动体现了“原因与结果”相互影响、相互印证、对立统一的辩证关系。全概率公式揭示了结果的产生是诸多原因共同作用、缺一不可的“合力”体现, 引导我们树立全面、系统的 worldview; 而贝叶斯公式则致力于在结果已知的情况下, 量化评估各原因的影响权重, 教导我们善于抓住主要矛盾和矛盾的主要方面。通过学习这两个公式, 学生不仅能掌握数学知识, 更能从中领悟全面分析与重点把握相结合的方法论, 提升辩证思维能力。

关键词: 全概率公式; 贝叶斯公式; 课程思政; 辩证关系

The Dialectical Unity Thought in the Law of Total Probability and Bayes' Theorem under the Context of Curriculum Ideological and Political Education

Li Yan, Li Jian

Shanghai Institute of Technology, China Shanghai 201418

Abstract: The law of total probability and Bayes' theorem in probability theory and mathematical statistics are not only powerful tools for solving complex probability problems, but also contain profound dialectical materialist ideas, which is an important part of Curriculum Ideological and Political Education. This paper aims to explore how these two formulas vividly embody the dialectical relationship of "cause and effect" featuring mutual influence, mutual confirmation, and unity of opposites. The law of total probability reveals that the occurrence of a result is the embodiment of the "combined force" of multiple causes, none of which can be absent, guiding us to establish a comprehensive and systematic worldview. In contrast, Bayes' theorem focuses on quantitatively assessing the influence weights of various causes when the result is known, teaching us to be adept at grasping the principal contradiction and the principal aspect of a contradiction. By learning these two formulas, students can not only master mathematical knowledge but also gain an understanding of the methodology that combines comprehensive analysis with a focus on key points, thereby enhancing their dialectical thinking abilities.

Keywords: Law of total probability; Bayes' formula; Curriculum ideological and political education; Dialectical relationship

0 引言

《概率论与数理统计》是高等院校众多专业的重要公共基础课程, 其理论和方法广泛应用于自然科学、工程技术的各个领域。在推进课程思政建设的大背景下, 挖掘该课程中蕴含的哲学思想和育人元素, 实现知识传授、能力培养与价值引领的有机统一, 具有重要意义^[1-3]。全概率公式和贝叶斯公式作为课程的核心内容之一, 二者紧密联系, 共同构建了一套分析“原因”与“结果”之间概率关系的完整框架。这其中所体现的辩证统一思想, 对于培养学生科学的世界观和方法论具有独特的价值^[6,7]。

1 全概率公式: 全面观与系统思维的数学表达

全概率公式解决的是“由因推果”的问题。其基本

思想是: 若某一事件 B 的发生可能源于多个不同的“原因”(即完备事件组 $(A_1, \dots, A_n)$), 那么 B 发生的总概率, 等于每个“原因” A_i 发生时 B 发生的概率 $P(B | A_i)$, 与该“原因”自身概率 $P(A_i)$ 的乘积之和, 即 $P(B) = \sum P(A_i)P(B | A_i)$ 。

这一公式具有深刻的思政内涵:

(1) 任何一个结果 B 的产生, 不是孤立、偶然的, 而是由一系列内在相互关联、相互制约的原因 $(A_1, \dots, A_n)$ 共同构成的系统所决定的。这启示我们, 在认识和分析任何社会现象或现实问题时, 必须坚持全面、系统的观点, 考察所有相关的因素, 避免“只见树木, 不见森林”的片面性。

(2) 强调了“合力”作用与集体主义精神。最终的结

果 $P(B)$ 是各个原因“贡献”的加权总和。每一个原因 A_i 都不可或缺，它们以不同的权重 $P(A_i)$ 和效能 $P(B|A_i)$ 共同促成了最终结果。这正如一项伟大事业的成功，是无数个体、各个环节协同努力、形成合力的结果，彰显了集体主义精神和团队合作的重要性。任何一环的缺失或薄弱，都可能影响整体。全概率公式教导我们，要尊重事物发展的客观规律，全面地、历史地看待问题，认识到成功是多种有利条件共同作用的结果，而挫折也可能是多种不利因素交织的产物。

2 贝叶斯公式：重点论与主次矛盾分析的量化工具

贝叶斯公式则逆转了视角，解决的是“由果溯因”的问题。在已知事件 B 发生的情况下，它用来评估每一个可能的原因 A_i 导致该结果发生的“责任”或“影响”有多大，即计算后验概率 $P(A_i|B)=P(A_i)P(B|A_i)/P(B)$ 。

这一公式同样富含哲学智慧：

(1) 体现了认识的发展性与能动性。我们的认识不是一成不变的。先验概率 $P(A_i)$ 代表了基于历史经验或先前知识对原因 A_i 的初始判断。而当新的结果（证据 B ）出现后，我们的认识得以更新和深化，得到了后验概率 $P(A_i|B)$ 。这反映了“实践—认识—再实践—再认识”的辩证唯物主义认识论过程。我们应根据新的情况和证据，不断调整和修正自己的看法和决策。

(2) 提供了抓主要矛盾的量化解。贝叶斯公式的计算结果 $P(A_i|B)$ 直观地告诉我们，在众多可能的原因中，哪一个或哪几个是导致当前结果的最主要“嫌疑对象”。其概率值可能“微乎其微”，也可能“占比巨大”。这指导我们，在处理复杂问题时，要在全面分析的基础上，善于运用贝叶斯思维进行推断，识别出影响结果的关键因素和主要矛盾，从而集中力量予以解决，做到有的放矢，提高工作效率和决策科学性。贝叶斯公式启示我们，面对复杂局面，既要总体把握，又要精准发力；既要尊重历史经验，更要注重现实证据，与时俱进地调整工作重心。

3 全概率与贝叶斯的统一：前因后果的辩证循环

全概率公式和贝叶斯公式并非割裂，而是构成了一个分析因果关系的辩证统一体。从“因”到“果”构成了一个完整的认知循环。今天的“果”，可能成为明天的“因”（新的先验概率），在此基础上又会产生新的“果”，如此循环往复，推动着事物不断向前发展。这生动体现了原因和结果相互转化、相互作用的辩证法。

全概率公式是贝叶斯公式的基础（提供了 $P(B)$ ），而贝叶斯公式则是在全概率框架下对原因认识的深化和精细化。二者相辅相成，共同揭示了因果关系的复杂性和统一性。

4 教学设计

情境创设：播放一段关于“新冠病毒核酸检测”的简短新闻片段，提及检测有“假阴性”和“假阳性”的可能。

提出问题：“已知某地区人群患病率（先验信息）和检测的准确率，如果一个人检测结果是阳性（新证据），那么他真正患病的概率有多大？”思政切入：指出在疫情初期和现在，对这个概率的判断是不同的，因为患病率（先验信息）变了。我们的认知需要随着情况的变化而更新。这背后就蕴含着我们今天要学的科学方法。（引出课题）这就是贝叶斯公式要解决的问题，而它建立在全概率公式的基础之上。新知探究：公式推导与哲学内涵剖析通过“从不同工厂采购零件次品率”的经典例子，引出划分（完备事件组）的概念。通过图形（韦恩图或树形图）和逻辑推导，得出全概率公式： $P(B)=P(A_1)P(B|A_1)$ 。

强调： B 的概率是各个原因 A_i “贡献”的概率的总和。思政融入：全面系统观：公式表明，一个结果（ B ）的产生，依赖于一个完整的系统（ $A_1...A_n$ ）。这启示我们，分析任何问题（如个人成功、项目完成、国家发展）都要看到其背后的多重因素，树立全局意识。集体主义精神：就像公式中每一项都不可或缺，任何伟大事业的成就都是无数人共同努力的“合力”结果。引导学生认识到集体协作的重要性。总结：全概率公式教会我们“全面地看”。贝叶斯公式：认识的“更新”之梯，回到导入的检测问题。现在结果 B （检测阳性）发生了，我们更关心是哪个原因（ A_i ：真正患病 / 未患病）造成的。

自然引出贝叶斯公式： $P(A_i|B)=P(A_i)P(B|A_i)/P(B)$ 。详细解释先验概率（ $P(A_i)$ 历史经验、原有认知）和后验概率 $P(A_i|B)$ （得到新证据后更新了的认知）。

思政融入：辩证认识论：公式完美体现了“实践是检验真理的唯一标准”。我们的认识不能一成不变（先验概率），当新的实践证据（ B ）出现后，必须据此修正我们的看法（后验概率），这是一个能动的、发展的过程。抓主要矛盾：计算后验概率的目的，是为了找出在当前结果下，哪个原因的可能性最大。这教会我们在复杂局面中要善于分析矛盾、抓住重点，提高决策效率。审慎理性的精神：面对信息时（如网络谣言），要学会像贝叶斯公式一样，不盲目相信先入为主的观念，而是基于新的、可靠的

证据来做出理性判断。

总结：贝叶斯公式教会我们“发展地看”和“重点地看”。

巩固练习：双案例驱动，知行合一。

案例一（技术应用）：回到“核酸检测”例题，给出具体数据，让学生计算 $P(\text{患病} | \text{检测阳性})$ 。思政点：感受科学工具在服务国家人民健康、制定防疫政策中的实际价值。

案例二（社会分析）：

情境：某电商平台好评率为 99%（先验信息）。发现一条差评（新证据），试分析这条差评来自恶意竞争对手的可能性有多大？

任务：引导学生构建原因事件（ A_1 ：正常用户， A_2 ：恶意竞争）和结果事件（ B ：差评），并进行定性讨论。思政点：引导学生在生活中保持理性，不因个别负面事件（差评）全盘否定一个系统（产品），要学会分析其背后的多种可能原因，体现辩证思维。

总结提升与价值引领：知识总结：师生共同回顾两个公式的联系与区别：全概率是“由因索果”，是贝叶斯的基础；贝叶斯是“由果溯因”，是认识的深化。

思政升华：统一辩证观：两个公式共同揭示了“原因”与“结果”相互影响、相互证明的对立统一关系。这既是科学的数学工具，也是宝贵的哲学思想。

时代寄语：鼓励学生将这种“全面系统”和“发展重点”相结合的思维方法，运用到专业学习和个人成长中，努力成为既有科学素养又有人文精神、能够担当民族复兴大任的时代新人。

课后拓展与反思

作业：布置一道结合专业背景或社会热点的应用题。思考题：“如何用今天所学的哲学思想，来理解‘中国式现代化是全体人民共同富裕的现代化’这一论断？”（引导从全面共建、共享成果、动态发展的角度思考）

教学反思：本节课成功地将辩证唯物主义认识论与数学公式推导深度融合，避免了“两张皮”现象。

案例选取贴近生活与国家大事，有效激发了学生兴趣和家国情怀。

后续可鼓励学生以小组形式，寻找更多专业领域中的“全概率与贝叶斯”案例，进一步强化知行合一。

5 结语

全概率公式和贝叶斯公式以其严谨的数学形式，为我们展现了原因与结果之间动态、联系、发展的辩证图景。

在教学中，引导学生理解这两个公式背后的哲学思想，能够实现以下育人目标：

（1）培养全面系统的思维方式：使学生养成从多角度、多因素综合分析问题的习惯，认识到事物之间的普遍联系。

（2）提升抓关键、抓本质的能力：训练学生在纷繁复杂的信息中，运用科学方法识别主要矛盾和矛盾的主要方面，提高解决实际问题的针对性。

（3）树立发展变化的观点：使学生理解认识是一个不断深化和发展的过程，要学会根据新的实践更新观念，保持思想的开放性与先进性。

（4）强化集体意识和协作精神：理解成果的取得是各方共同努力的结果，培养团队合作和责任担当意识。

综上所述，深入挖掘全概率公式和贝叶斯公式中的思政元素，将数学知识的讲授与马克思主义立场、观点、方法的培养相结合，能够使学生在获得专业知识的同时，受到科学思维方法和价值观的熏陶，真正实现立德树人的根本任务。这不仅是概率统计课程思政的有效切入点，也是培养德才兼备、具有辩证思维能力的创新型人才的重要途径。

参考文献：

- [1] 刘瑞香, 苏建忠, 张静. 课程思政背景下《概率论》教学探索——以“全概率公式与贝叶斯公式”为例[J]. 高等数学研究, 2023,26(02): 118-120.
- [2] 王琦, 张永新. 基于贝叶斯公式的“先验”与“后验”认识及其思政内涵[J]. 大学数学, 2022,38(S1):67-71.
- [3] 陈晓丽, 李永明. 全概率公式的哲学思想及其在教学中的思政渗透[J]. 科教文汇(中旬刊), 2021,(11):55-57.
- [4] 张永良, 刘欣. 概率论与数理统计课程思政教学改革探索——以贝叶斯公式为例[J]. 教育现代化, 2020, 7(50): 65-68.
- [5] 黄祖达. 浅析贝叶斯统计中的思政元素[J]. 产业与科技论坛, 2021,20(24):138-139.
- [6] 史宁中. 统计思想及其哲学意蕴[J]. 哲学动态, 2015(04): 5-11.
- [7] 茆诗松, 程依明, 濮晓龙. 概率论与数理统计教程(第三版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2023.

基金项目：2024 年上海应用技术大学课程思政理论研究课题，项目编号：SITKCSZLL202430。2025 年“上海市高校青年教师培养资助计划”ZZ202512014。

作者简介：李艳（1990-），女，汉族，安徽阜阳人，博士，讲师，研究方向：数学物理 - 可积系统方面的研究。