

离散数学中数理逻辑案例式教学研究

王蕊

中国矿业大学(北京)理学院, 中国·北京 100083

摘要: 本文针对离散数学中数理逻辑部分理论抽象、学生难以理解的问题, 探讨了案例式教学方法。通过引入逻辑联结词、等值演算、主范式、逻辑推理等典型教学案例, 将抽象的逻辑公式与实际问题相结合, 激发学生的学习兴趣, 提升学生的逻辑思维能力和解决实际问题的能力。

关键词: 数理逻辑; 等值演算; 主范式; 逻辑推理

Research on Case-Based Teaching Method in Mathematical Logic of Discrete Mathematics

Wang Rui

School of Science, China University of Mining and Technology (Beijing), China Beijing 100083

Abstract: This paper addresses the issue of the abstract nature of the mathematical logic part in discrete mathematics, which makes it difficult for students to understand. It explores the case-based teaching method. By introducing typical teaching cases such as logical connectives, equivalence calculus, principal normal forms, and logical reasoning, the abstract logical formulas are combined with practical problems, which stimulates students' interest in learning and enhances their logical thinking ability and practical problem-solving skills.

Keywords: Mathematical logic; Equivalence calculus; Principal normal form; Logical reasoning

0 引言

数理逻辑作为离散数学的核心内容之一, 以数学方法研究推理的形式结构与规律, 主要包括命题逻辑与一阶逻辑两大部分。由于其高度抽象、符号密集、推理严谨等特点, 学生在学习过程中常感到枯燥与困难。为突破这一教学瓶颈, 本文尝试将案例式教学法引入课堂, 通过设计贴近实际生活的逻辑问题、推理谜题等案例, 帮助学生在具体情境中理解逻辑概念、掌握推理方法, 从而实现从理论到实践的有效过渡。

1 逻辑联结词在翻译推理中的应用

为了将命题符号化, 需要使用 5 种逻辑联结词, 分别为否定联结词“ $\neg$ ”, 合取联结词“ $\wedge$ ”, 析取联结词“ $\vee$ ”, 蕴涵联结词“ $\rightarrow$ ”, 等价联结词“ $\leftrightarrow$ ”。其中, 蕴涵联结词“ $\rightarrow$ ”是教学中的难点。设 p 和 q 为两个命题, 则复合命题“如果 p , 则 q ”称作与的蕴涵式, 记作 $p \rightarrow q$ 。它表明 q 为 p 的必要条件。以下命题均符号化为 $p \rightarrow q$:

(1) 如果 p , 则 q ; (2) 若 p , 就 q ; (3) 只要 p , 就 q ; (4) 若非 q , 则非 p ; (5) p 仅当 q ; (6) q 当 p ; (7) 只有 q , 才 p ; (8) 除非 q , 才 p ; (9) 除非 q , 否则非 p ; (10) q , 除非非 p 。在公务员考试的行测判断推理题目中经常有和蕴涵式有关的推理问题。

例 1 研究表明, 锻炼对人类大脑有积极作用, 如果坚

持锻炼, 阿尔茨海默症等神经退行性疾病的发病风险就会降低。由此可以推出:

- A. 人类大脑如果不进行锻炼, 阿尔茨海默症等神经退行性疾病的发病风险就会进一步提高。
- B. 如果没有降低阿尔茨海默症等神经退行性疾病的发病风险, 那一定没有坚持锻炼。
- C. 如果阿尔茨海默症等神经退行性疾病的发病风险降低了, 那么就一定是坚持锻炼的结果。
- D. 是否坚持锻炼, 直接决定了阿尔茨海默症等神经退行性疾病的发病风险能否得到降低。

解令 p : 坚持锻炼, q : 阿尔茨海默症等神经退行性疾病的发病风险降低。则研究表明 $p \rightarrow q$ 。它和选项 B: $\neg q \rightarrow \neg p$ 是等值的。因此选项 B 正确。选项 A: $\neg p \rightarrow \neg q$ 和选项 C: $q \rightarrow p$ 和 $p \rightarrow q$ 都不是等值的。选项 D 和研究表明 $p \rightarrow q$ 没有必然的逻辑关系。

例 2 某校规定, 对于学校的任一实验室, 除非有教师在国际期刊上发表论文, 否则没资格申报国家重点实验室。该校甲实验室有教师在国际期刊上发表论文。该校乙实验室有资格申报国家重点实验室。若上述陈述为真, 则以下哪项也一定为真?

- A. 该校甲实验室有资格申报国家重点实验室。

B. 该校甲实验室有教师没有在国际期刊上发表过论文。

C. 该校乙实验室有教师在国际期刊上发表论文。

D. 该校乙实验室有教师没有在国际期刊上发表过论文。

解令 p : 有教师在国际期刊上发表论文, q : 有资格申报国家重点实验室。则某校的规定为 $q \rightarrow p$ 。对于甲实验室, 已知为真, 不能推出或者, 排除 A。对于乙实验室, 已知 q 为真, 则可推出 p 为真, 因此选项 C 正确。

2 等值演算和主范式的应用

命题公式的类型有重言式 (无成假赋值)、矛盾式 (无成真赋值)、可满足式 (不是矛盾式)。判断命题公式的类型可以用真值表, 等值演算, 主范式等方法。设 A 和 B 为两个命题公式, 若等价式 $A \leftrightarrow B$ 是重言式, 则称 A 和 B 是等值的, 记作 $A \leftrightarrow B$ 。利用真值表可以推导出 24 个重要的等值式^[1,2]。等值演算是利用已知的等值式和置换规则推演出与给定的公式等值的公式的过程。等值演算不仅可以验证两个命题是否等值, 也可以判断公式的类型, 解决实际问题。利用等值演算可以求命题公式的主范式, 进而求得命题公式的成真赋值或成假赋值。下面给出几个等值演算和主范式的应用。

例 3^[2] 作为把公主从海盗那里营救回来的报酬, 国王给你机会赢得隐藏在三个箱子中的宝藏, 但只有一个箱子中有宝藏, 另外两个箱子是空的。要想赢你必须选对箱子。第一和第二个箱子上都写有“这个箱子是空的”, 第三个箱子上写着“宝藏在第二个箱子中”。从来不说谎的皇后告诉你只有一个提示是真的, 而其它两句都是假的。你会选择哪个箱子来赢得宝藏?

解 设 p_i 为命题: 宝藏在第 i 个箱子中 $i=1,2,3$, 则三个箱子上的提示分别为 $\neg p_1$, $\neg p_2$, p_3 , 皇后的提示可翻译为

$$(\neg p_1 \wedge \neg(\neg p_2) \wedge \neg p_3) \vee (\neg(\neg p_1) \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_3) \vee (\neg(\neg p_1) \wedge \neg(\neg p_2) \wedge p_3).$$

利用等值演算可知, 上式等值于

$$0 \vee (p_1 \wedge \neg p_2) \vee (p_1 \wedge p_2) \Leftrightarrow p_1 \wedge (\neg p_2 \vee p_2) \Leftrightarrow p_1 \wedge 1 \Leftrightarrow p_1.$$

因此, p_1 为真, p_2 , p_3 为假。即宝藏在第一个箱子里, 而第二个箱子上的提示是唯一是真的。

例 4 一位侦探访谈了罪案的四位证人。从证人的话中侦探得出的结论是: 如果男管家说的是真话, 那么厨师说

的也是真话; 厨师和园丁说的不可能都是真话; 园丁和杂役不可能都在说谎; 如果杂役说真话, 那么厨师就在说谎。侦探能分别判定这四位证人是在说真话还是撒谎? 解释你的推理过程。

解 令 p : 男管家说的是真话, q : 厨师说的是真话, r : 园丁说的是真话, s : 杂役说的是真话。则侦探从证人的话中侦探得出的结论是:

$$(1) p \rightarrow q \Leftrightarrow 1 \quad (2) \neg(q \wedge r) \Leftrightarrow 1 \quad (3) \neg(\neg r \wedge \neg s) \Leftrightarrow 1 \quad (4) s \rightarrow \neg q \Leftrightarrow 1$$

由题意可知要求命题

$$(1) \wedge (2) \wedge (3) \wedge (4) \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge \neg(q \wedge r) \wedge \neg(\neg r \wedge \neg s) \wedge (s \rightarrow \neg q)$$

的成真赋值。下面利用主范式的方法来求成真赋值。

$$(p \rightarrow q) \wedge \neg(q \wedge r) \wedge \neg(\neg r \wedge \neg s) \wedge (s \rightarrow \neg q) \\ \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge \neg(q \vee \neg r) \wedge (r \vee s) \wedge \neg(s \vee \neg q).$$

又

$$\neg p \vee q \Leftrightarrow \neg p \vee q \vee (r \wedge \neg r) \vee (s \wedge \neg s) \\ \Leftrightarrow (\neg p \vee q \vee r \vee s) \wedge \neg(p \vee q \vee r \vee \neg s) \\ \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r \vee s) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s).$$

同理可得

$$\neg q \vee \neg r \Leftrightarrow (\neg q \vee \neg r \vee p \vee s) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee p \vee \neg s) \\ \wedge (\neg q \vee \neg r \vee \neg p \vee s) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee \neg p \vee \neg s), \\ r \vee s \Leftrightarrow (r \vee s \vee p \vee q) \wedge (r \vee s \vee p \vee \neg q) \\ \wedge (r \vee s \vee \neg p \vee q) \wedge (r \vee s \vee \neg p \vee \neg q), \\ \neg s \vee \neg q \Leftrightarrow (\neg s \vee \neg q \vee p \vee r) \wedge (\neg s \vee \neg q \vee p \vee \neg r) \wedge (\neg s \vee \neg q \vee \neg p \vee r) \wedge (\neg s \vee \neg q \vee \neg p \vee \neg r).$$

因此

$$(p \rightarrow q) \wedge \neg(q \wedge r) \wedge \neg(\neg r \wedge \neg s) \wedge (s \rightarrow \neg q) \\ \Leftrightarrow M_0 \wedge M_4 \wedge M_5 \wedge M_6 \wedge M_7 \wedge M_8 \wedge M_9 \wedge M_{10} \wedge M_{11} \wedge M_{12} \wedge M_{13} \wedge M_{14} \wedge M_{15}.$$

$(p \rightarrow q) \wedge \neg(q \wedge r) \wedge \neg(\neg r \wedge \neg s) \wedge (s \rightarrow \neg q)$ 的主析取范式 $m_1 \vee m_2 \vee m_3$ 。它的成真赋值为 0001, 0010, 0011。由此可得 p 和 q 为假, 即男管家和厨师在撒谎, 园丁和杂役或者都说的是真话, 或者一个说的是真话, 一个说的是假话。

例 5^[2] 数独谜题可以表示为一个 9 宫格 (大九宫格), 它由 9 个成为九宫格的 3 子格组成。每一个谜题, 81 个单元中的一部分被赋予 1, 2, ..., 9 中的数字之一, 称为已知单元, 其他单元空着。谜题的解题是通过给每个空白单元格赋予一个数字来实现, 使得每一行、每一列、每个小

九宫格都包含 9 个不同的数字。下图给出了一个具体的数独谜题：

	2	9				4		
			5			1		
	4							
				4	2			
6							7	
5								
7			3					5
	1			9				
							6	

令 $p(i, j, n)$ 表示命题：数 n 位于第 i 行，第 j 列的单元格。这里 i, j, n 的取值范围都是从 1-9。则

(1) 若第 i 行包含数 n ，则 $\bigvee_{j=1}^9 p(i, j, n) \Leftrightarrow 1$ ；

(2) 若第 i 行包含所有的 n 个数，则 $\bigwedge_{n=1}^9 \bigvee_{j=1}^9 p(i, j, n) \Leftrightarrow 1$ ；

(3) 若每一行包含了每一个数，则 $\bigwedge_{i=1}^9 \bigwedge_{n=1}^9 \bigvee_{j=1}^9 p(i, j, n) \Leftrightarrow 1$ ；

(4) 若每一列包含了每一个数，则 $\bigwedge_{j=1}^9 \bigwedge_{n=1}^9 \bigvee_{i=1}^9 p(i, j, n) \Leftrightarrow 1$ ；

(5) 若每一个九宫格包含了每一个数，则

$$\bigwedge_{r=0}^2 \bigwedge_{s=0}^2 \bigwedge_{n=1}^9 \bigvee_{i=1}^3 \bigvee_{j=1}^3 p(3r+i, 3s+j, n) \Leftrightarrow 1;$$

(6) 若没有一个单元包含多于一个数，则

$$\bigwedge_{i=1}^9 \bigwedge_{j=1}^9 \bigwedge_{n=1}^9 \bigwedge_{m=1, m \neq n}^9 (p(i, j, n) \rightarrow \neg p(i, j, m)) \Leftrightarrow 1.$$

数独谜题的解即是寻找使得 (3)-(6) 成立的命题 $p(i, j, n)$ ，其中 i, j, n 的取值范围都是从 1-9。即求 $(\bigwedge_{i=1}^9 \bigwedge_{n=1}^9 \bigvee_{j=1}^9 p(i, j, n)) \wedge (\bigwedge_{j=1}^9 \bigwedge_{n=1}^9 \bigvee_{i=1}^9 p(i, j, n)) \wedge (\bigwedge_{r=0}^2 \bigwedge_{s=0}^2 \bigwedge_{n=1}^9 \bigvee_{i=1}^3 \bigvee_{j=1}^3 p(3r+i, 3s+j, n)) \wedge (\bigwedge_{i=1}^9 \bigwedge_{j=1}^9 \bigwedge_{n=1}^9 \bigwedge_{m=1, m \neq n}^9 (p(i, j, n) \rightarrow \neg p(i, j, m)))$ 的成真赋值。理论上可以用主范式的方法求解，但是由于其中的命题变项共 729 个，数量太大，手算不切实际。现在已经开发出许多计算机程序来求解此问题。

3 逻辑谜题中的推理定律

推理是从前提推出结论的思维过程。在使用构造证明法证明推理正确的时候需要用到一些重要的推理定律：^[1,2]

(1) 附加律 $A \Rightarrow A \vee B$ ；

(2) 化简律 $A \wedge B \Rightarrow A$ ；

(3) 假言推理 $(A \rightarrow B \wedge A) \Rightarrow B$ ；

(4) 拒取式 $((A \rightarrow B) \wedge \neg B) \Rightarrow \neg A$ ；

(5) 析取三段论 $((A \vee B) \wedge \neg B) \Rightarrow A$ ；

(6) 假言三段论 $(A \rightarrow B \wedge B \rightarrow C) \Rightarrow (A \rightarrow C)$ ；

(7) 等价三段论 $(A \leftrightarrow B \wedge B \leftrightarrow C) \Rightarrow (A \leftrightarrow C)$ ；

(8) 构造性二难 $(A \rightarrow B \wedge C \rightarrow D \wedge A \vee C) \Rightarrow (B \vee D)$ ；

(9) 构造性二难（特殊形式） $(A \rightarrow B \wedge \neg A \rightarrow B) \Rightarrow B$ 。

这些推理定律不太好理解，下面借助几个逻辑谜题来介绍它们的应用。

例 6^[3] “骑士和流氓问题”

一个岛屿上有两类人，骑士和流氓。骑士只说真话，流氓只说假话。你去岛上碰到两个人 A 和 B：

A 说 “B 是骑士。”

B 说 “我们两个不是同类人。”

问：A 和 B 是哪类人？

解 假设 A 是骑士 $\Rightarrow$ A 说的是真话，即 B 是骑士 $\Rightarrow$ A 和 B 是同一类人 $\Rightarrow$ B 说的不是真的，这与 “B 是骑士只说真话” 矛盾 $\Rightarrow$ A 是流氓。在述的推理过程中反复用到了推理定律 (3) 假言推理。同理，

假设 A 是流氓 $\Rightarrow$ A 说的是假话 $\Rightarrow$ B 不是骑士，即 B 是流氓 $\Rightarrow$ A 和 B 是同一类人，B 说的是假话 $\Rightarrow$ 与 “流氓只说假话” 一致。

例 7^[2] “泥巴孩子谜题”

父亲让两个孩子（一个男孩和一个女孩）在后院玩耍，并让他们不要把身上弄脏。然而，在玩耍的过程中，两个孩子额头上都沾了泥。当孩子们回来后，父亲说：“你们当中至少有一个人额头上有泥。” 然后要求孩子们用 “是” 和 “否” 回答问题：“你知道你额头上是否有泥吗？” 父亲问了两遍同样的问题。假设每个孩子都可以看到对方的额头上是否有泥，但不能看见自己的额头，孩子们在每次被问到这个问题时将会怎样回答呢？假设两个孩子都很诚实并且都同时回答每一次提问。

解令 s 和 d 分别表示命题 “儿子的额头上有泥” 和 “女儿的额头上有泥”。当父亲说 “你们当中至少有一个人额头上有泥” 时，表示的 $s \vee d$ 是为真。当父亲第一次问那个问题时，孩子将回答 “否”，因为他们都看到对方的额头上有泥。也就是说，儿子知道 d 为真，但不知道 s 是否为真。而女儿知道 s 为真，但不知道 d 是否为真。在儿子对第一次询问回答 “否” 后，女儿可以判断出 d 必为真。这是因为问第一次问题时，儿子知道 $s \vee d$ 为真，但不能判断 s 是否为真。利用这个信息，女儿能够得出结论 d 必定为真。因为如果 d 为假，由于 $s \vee d$ 为真，那么儿子就可以推出 s 必定为真（析取三段论 $(s \vee d) \wedge \neg d \Rightarrow s$ ），因此他对第一个问题的回答应为 “是”。儿子也可以类似推断出必为真。因此，第二次两个孩子都将回答 “是”。

例 8^[4] “生死路问题”

有两个门，一个通往生，另一个通往死。门前各有一个守门人，一个总是说真话，另一个总是说假话。你只能

问一个问题来决定选择哪个门逃生。

解 来到任意一个守门人面前,问:另外一个人会告诉我哪个门是生门?

问说真话守门人 $\Rightarrow$ 另一个人说假话,指向死门 $\Rightarrow$ 被问人指向死门;

问说假话守门人 $\Rightarrow$ 另一个人说真话,指向生门 $\Rightarrow$ 被问人指向死门。

由推理定律 (9) 构造性二难 (特殊形式) 可知应该选择相反的门逃生。

4 推理在实际问题中的应用

下面给出两个推理在实际问题中的应用。

例 9^[5] 欧洲杯比赛期间,小赵、小钱、小孙、小李预测甲、乙两支队伍能否进入决赛。他们的对话如下:

小赵:如果甲进入决赛,则乙也能进入决赛;

小钱:我看甲进入决赛没有问题;

小孙:在我看来,甲能够进入决赛,但乙进不了;

小李:我的看法是,如果甲不能进入决赛,则乙进决赛。

结果出来后,他们四人的预测有两个真、两个假,关于甲和乙是否能进入决赛,以下推论正确的是:

甲和乙都进入决赛

甲和乙都没有进入决赛

甲进入决赛,乙没有进入决赛

甲没有进入决赛,乙进入决赛

解析:设 p : 甲进入决赛; q : 乙进入决赛。则有

小赵 (1): $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$;

小钱 (2): p ;

小孙 (3): $p \wedge \neg q \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q)$;

小李 (4): $\neg p \rightarrow q \Leftrightarrow p \vee \neg q$ 。

显然小赵和小孙说的不可能同时为真或者为假,即 (1) 和 (3) 一真一假。由此推出 (2) 和 (4) 一真一假。假设 (2) 为真,则 (4) 也为真,矛盾。因此 (2) 为假, (4) 为真。即 p 为假, $\neg q$ 为真。D 选项正确。

例 10 某工会组织合唱比赛,关于由哪些人来参加比赛,领导商定如下意见:

(1) 如果林红参加,则李萍也参加;

(2) 如果许丹不参加,则李颖参加;

(3) 如果林红不参加而许丹参加,则王琴参加;

(4) 王琴和郑兰不能都参加;

(5) 目前已决定郑兰参加。

根据上述意见,下面推理完全正确的是:

A. 林红、李颖、郑兰参加

B. 林红、许丹、郑兰参加

C. 许丹、李颖、郑兰参加

D. 林红、李萍、李颖、郑兰参加

解 设 p : 林红参加; q : 李萍参加; r : 许丹参加; s : 李颖参加; t : 王琴参加; u : 郑兰参加。则推理的前提有:

(1) $p \rightarrow q$; (2) $\neg r \rightarrow s$; (3) $\neg p \wedge r \rightarrow t$; (4) $t \vee u \wedge \neg t \wedge u$; (5) u 。

根据前提有以下推理过程:

① $(t \vee u) \wedge \neg(t \vee u)$ 前提引入

② $\neg t \wedge u$ 化简律

③ $\neg t \vee \neg u$ ②置换

④ u 前提引入

⑤ $\neg t$ ③④析取三段论

⑥ $(\neg p \wedge r) \rightarrow t$ 前提引入

⑦ $\neg(\neg p \wedge r)$ ⑤⑥拒取式

⑧ $p \vee \neg r$ ⑦置换

由此得到林红参加或者许丹不参加。

在选项 A, B 中,林红参加,则由 (1) 可得李萍参加,矛盾,因此 A, B 推理不正确。对于选项 D,林红参加,则由 (1) 可得李萍参加。许丹不参加,则由 (2) 得李颖参加,推理正确。对于选项 C,林红不参加,即 $\neg p$,再由⑧ $p \vee \neg r$ 析取三段论可得 $\neg r$,即许丹不参加,矛盾,因此 C 推理不正确。

5 证明数学证明方法的正确性

数学中的反证法和数学归纳法都可以用命题逻辑或者一阶逻辑证明其推理正确。

例 11^[2,6] 反证法:欲证明

前提: $A_1 A_2 \dots A_k$ 。

结论: B 。

将 $\neg B$ 加入前提,若推出矛盾,则得证推理正确。原因如下

$A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k \rightarrow B$

$\Leftrightarrow \neg(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k) \vee B$

$\Leftrightarrow \neg(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k \wedge \neg B)$ 。

因此, $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k \rightarrow B$ 为重言式当且仅当 $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k \wedge \neg B$ 为矛盾式。

例 12^[2,6] 数学归纳法:设个体域为正整数域,欲证明命题 $\forall np(n)$ 是重言式,只需证明下述推理正确:

前提: $p(1), \forall k(p(k) \rightarrow p(k+1))$ 。

结论: $\forall np(n)$ 。

用反证法证明上述推理正确。

① $\exists m \neg p(m)$ 结论否定引入

② $\forall k (p(k) \rightarrow p(k+1))$ 前提引入

③ $p(m-1) \rightarrow p(m)$ ②全称实例

④ $\neg p(m) \rightarrow \neg p(m-1)$ ③置换

⑤ $\neg p(m-1)$ ①④假言推理

按照上述推理依次做下去, 可得

⑥ $\neg p(1)$

⑦ $p(1)$ 前提引入

⑧ 0 ⑥⑦合取

6 结语

本文给出了离散数学中数理逻辑教学的部分案例, 通过将抽象的逻辑符号与生动的实际问题相结合, 不仅降低了学生的学习难度, 也提升了课堂的互动性与趣味性。其它更多案例可参考文献^[6-8]。未来, 可进一步拓展案例类型, 如结合计算机科学、人工智能等领域中的逻辑应用, 丰富教学内容, 增强学科的交叉性与时代感。案例式教学法的深入实践与创新, 为离散数学以及其它理论性强的基础课程教学提供了有益借鉴。

参考文献:

[1] 耿素云, 屈婉玲, 张立昂. 离散数学[M]. 第六版.

北京: 清华大学出版社, 2021.

[2] 肯尼迪·H, 罗森. 离散数学及其应用[M]. 第八版. 北京: 机械工业出版社, 2019.

[3] Raymond S. What is the name of this book?[M]. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1978.

[4] 逢泽明. 推理谜题[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2006.

[5] 萧青. 公考行测逻辑判断有哪些题型和技巧? [EB/OL]. 2025-06-22. <https://www.zhihu.com/question/14752513785/answer/122500830311>.

[6] 杜君花, 梁红梅, 马艳萍. 数理逻辑的若干应用[J]. 高师理科学刊, 2018,38(9): 56-60.

[7] 李艳艳, 高美平. 案例教学法在《离散数学》命题逻辑教学中的应用[J]. 科教论坛, 2020,10:21-22.

[8] 杨井荣, 李思莉. 离散数学中命题逻辑的应用研究[J]. 计算机技术与发展, 2021,31(3):115-119.

基金项目: 本项目受中国矿业大学(北京)2024年本科教育教学改革与研究项目资助, 项目编号为J240705。

作者简介: 王蕊(1990.08-), 女, 汉族, 河南人, 博士, 副教授, 研究方向: 数学物理。