

基于 GeoGebra 的二次函数图象与解析式的数形结合教学设计

肖舒花 徐承杰^{*} 刘琛

湖南工业大学理学院, 中国·湖南 株洲 412007

摘要: 本文以人教版九年级上册“二次函数的图象与性质”教学为例, 借助 GeoGebra 的动态可视化功能, 设计并阐述二次函数的教学活动过程。旨在引导学生从实际情境出发, 经历做数学的过程, 主动建构二次函数的相关知识, 帮助学生深入理解二次函数的图象特征, 掌握二次函数图象的绘制的方法, 并感悟数形结合的思想。

关键词: GeoGebra; 探究式学习; 二次函数; 教学设计

A GeoGebra-Based Teaching Design for the Integration of Graphs and Analytical Expressions of Quadratic Functions

Xiao Shuhua, Xu Chengjie^{*}, Liu Chen

College of Science, Hunan University of Technology, China Hunan Zhuzhou 412007

Abstract: This paper takes the teaching of "images and properties of quadratic functions" in the first volume of the ninth grade of the People's Education Edition as an example, and uses the dynamic visualization function of GeoGebra to design and expound the teaching activity process of quadratic functions. This paper aims to guide students to start from the actual situation, go through the process of doing mathematics, take the initiative to construct the relevant knowledge of quadratic functions, help students deeply understand the image characteristics of quadratic functions, master the method of drawing quadratic function images, and understand the idea of combining numbers and shapes.

Keywords: GeoGebra; Inquiry-based learning; Quadratic function; Instructional design

0 引言

《义务教育数学课程标准(2022年版)》明确提出“促进信息技术与数学课程的深度融合”, 充分发挥现代教育技术作为学生认知工具与知识建构载体的作用, 强调通过可视化工具实现抽象知识的直观化呈现, 以有效促进学生认知建构与高阶思维发展^[1]。二次函数具有抽象性、灵活性等特点, 当前教学中发现, 初中生对二次函数的辩证思维能力、文字信息与图形信息进行转换的能力还较弱^[2]。针对传统函数教学中静态图象导致教学活动缺乏探索性与学生被动学习等问题, GeoGebra 这一动态几何工具为函数教学提供了有效的技术支撑与实践路径。它能够实时生成并操作函数图象, 实现“数”与“形”的双向联动, 有助于学生形成直观感知并开展数学实验^[3]。因此, 本研究依据课标精神与学生认知发展规律, 探究应用 GeoGebra 开展教学, 旨在培养学生的思维能力, 落实数学核心素养的

培养目标。

1 基于 GeoGebra 的函数教学设计优势

GeoGebra 是一款整合代数运算、几何作图、数据统计等多种功能的动态教学软件, 符合国家《教育信息化 2.0 行动计划》中关于推动信息技术与教育教学深度融合的要求, 可以有效运用于基础教育各个阶段的数学教学实践^[4]。二次函数作为《义务教育数学课程标准(2022年版)》规定的初中数学核心部分, 学生在学完一次函数和反比例函数之后, 对函数的性质有了一定的了解和研究函数的基础, 但学生的思维发展尚未成熟, 对二次函数的抽象性理解仍然存在困难^[5]。GeoGebra 能动态展示函数图象的绘制与变化过程, 可以让学生直观地观察函数的图象。例如, 在二次函数的教学过程中, 可以通过设置滑动条实时调节参数数值, 引导学生观察函数表达式与函数图象之间的关联, 从而帮助学生深入理解参数对函数性质的影响规律^[6]。此

外 GeoGebra 作为一款开放、易用的跨平台软件,其界面设计简洁,操作简单,学生可以在教师的指导下自主探索 GeoGebra 的使用,从而增强学生的自主学习函数知识的能力,也有助于提升数学学习兴趣^[7],为落实核心素养导向的数学教学提供有力支持。

1 教学设计

1.1 引入新课

问题 1 跳绳运动员在跳绳时,绳子呈圆弧状,经研究得到该圆弧状曲线可以用方程 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 表示,你能准确画出这条抛物线吗?

设计意图:从实际情境出发,有利于激发学生的学习兴趣,让学生快速进入探索新知的学习状态。

1.2 探究新知

问题 2 像 $y = a(x-h)^2 + k$ 这样的函数,根据之前所学知识,可以知道其顶点为 (h, k) , 函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 也能化成这样的形式吗?

师生活动:学生思考讨论以后,教师利用多媒体展示配方的具体过程:

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21 = \frac{1}{2}(x^2 - 12x + 42) = \frac{1}{2}(x^2 - 12x + 36 - 36 + 42) = \frac{1}{2}(x-6)^2 + 3$$

设计意图:教师通过提问,引导学生思考并复习二次函数顶点式的相关知识,可以为顶点式和一般式的学习建立联系,从而启发学生通过配方的方法得到一般二次函数的顶点。为本节课学习 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象性质做铺垫。

追问 1 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 如何平移可以得到抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$?

师生活动:根据之前所学的知识,我们可以先画出二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的图象,再通过平移得到 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 的图象(图 1)。

平移方法 1 函数 $y = \frac{1}{2}x^2$ 先往上平移 3 个单位,再往右平移 6 个单位。

平移方法 2 函数 $y = \frac{1}{2}x^2$ 先往右平移 6 个单位,再往上平移 3 个单位。

问题 3 如何画二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 的图象?请先手工作图,再利用 GeoGebra 软件进行操作,你有什么新的发现和感悟?

师生活动:教师借助 GGB 演示,直接输入 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 生成函数的图象(图 2)。

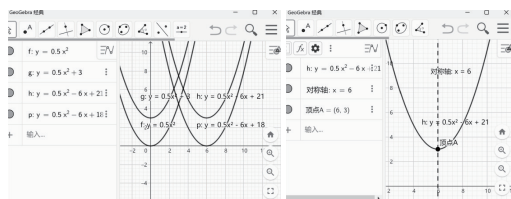


图1 平移图

图2 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 图象

设计意图:本环节通过“如何将函数平移得到一般式”的追问,引导学生进行思维猜测。继而借助 GGB 的动态演示,将抽象的平移过程可视化,使学生直观感知函数参数变化对抛物线位置和形态的独立影响。旨在引导学生完成从具体操作到抽象概括的思维进阶,有效发展学生的直观想象与逻辑推理能力。

1.3 自主探究

问题 4 你能结合图象说出 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 的性质吗?

师生活动:小组合作探讨,并尝试从函数的开口方向、对称轴、顶点和增减性等方面进行描述。从图 2 中可以看出,二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 开口向上,顶点为 $(6, 3)$, 对称轴为 $x = 6$, 函数的最小值为 3, 没有最大值。在对称轴的左侧,即 $x < 6$ 时, y 随 x 的增大而减小,在对称轴的右侧,即 $x > 6$ 时, y 随 x 的增大而增大。

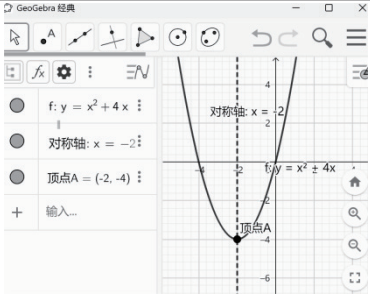
问题 5 你能用配方法将函数 $y = ax^2 + bx + c$ 化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 这样的形式吗?

师生活动:教师引导学生类比函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 的配方过程,学生思考后作答,教师指导学生进行配方并利用多媒体展示配方的具体过程,学生在观察中总结自己的错误与不足: $y = ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c = a(x + \frac{b}{2a})^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$ 追问 2 你能说出二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象和性质吗?

师生活动:学生思考后相互交流补充,师生共同梳理。教师通过 GGB 作图展示,引导学生总结二次函数性质并填写表格(表 1)

设计意图:固定 $b=4, c=0$ 分别展示 $a=1, a=-1$ 的函数图象,即以 $y = x^2 + 4x$ 与 $y = -x^2 + 4x$ 作为示范,借助特殊例子进行归纳总结,体现了从特殊到一般的思维方式。通过针对性地类比,让学生经历从代数配方到几何作图的全过程,进而自主归纳出一般二次函数的核心性质。这一设计旨在促进学生将代数关系与几何形态进行有机联系,从而实现数形结合的深度理解^[8]。

表1 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象和性质

$y = ax^2 + bx + c(a > 0)$	$y = ax^2 + bx + c(a < 0)$
	
开口向上	开口向下
对称轴 $x = \frac{b}{-2a}$	对称轴 $x = \frac{b}{-2a}$
顶点坐标 $(\frac{b}{-2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$	顶点坐标 $(\frac{b}{-2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$
当 $x < \frac{b}{-2a}$, y 随 x 的增大而减小; 当 $x > \frac{b}{-2a}$, y 随 x 的增大而增大	当 $x < \frac{b}{-2a}$, y 随 x 的增大而增大; 当 $x > \frac{b}{-2a}$, y 随 x 的增大而减小

1.4 练习提升

例 1 写出函数 $y = 2x^2 + 4x + 5$ 的开口方向、对称轴、顶点坐标和增减情况。

例 2 自己动手操作，用 GGB 画出函数 $y = x^2 + 2x + 5$ 的图象，并且说明函数性质。

师生活动：学生思考作答，并动手用 GGB 画图，教师指导作图并点评答题情况。

设计意图：通过例题练习和动手操作，让学生掌握配方法和学会利用 GGB 画二次函数的图象。

1.5 梳理总结

一般式 $y = ax^2 + bx + c$ 配方 $\longrightarrow$

顶点式 $y = a(x + \frac{b}{2a})^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$

讨论一般二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象性质，要分 $a > 0, a < 0$ 两种情况分别讨论其开口方向、对称轴和顶点坐标。

2 结语

根据《义务教育数学课程标准（2022 年版）》关于

“推进信息技术与数学教学深度融合”的指导精神，教学中应该科学、适度地运用信息技术手段辅助数学教学。针对二次函数这类抽象度较高的教学内容，借助 GeoGebra 开展教学可以有效地推动课堂形态从静态的知识传授向动态的意义建构转型。学生不是被动接受二次函数的知识和结论，而是经历做数学的过程，主动建构对二次函数性质的理解，并深化对数形结合的思想本质把握。这种以信息技术赋能的教学变革，学生不仅掌握了知识，更重要的是发展其直观想象、逻辑推理等核心素养。这为有效落实与发展学生的数学核心素养提供了有力途径，适应了教育数字化变革的必然方向，也为未来进一步探索动态教学工具与与课堂教学深度融合提供了有价值的参考^[9]。

参考文献：

[1] 蒋余希，李明树. 基于 GeoGebra 的深度学习教学设计与思考——以苏科版八年级上册“一次函数的图象(1)”为例[J]. 中学数学月刊，2023, (01): 58-61.
[2] 秦启发. 基于 GeoGebra 的二次函数教学设计研究[D]. 重庆三峡学院，2021.
[3] 谢涛，程国忠. 基于 GeoGebra 的函数性质探

究——以“幂函数”教学设计为例[J]. 中学数学, 2023, (19): 22-23+43.

[4] 沈翔. GeoGebra 的基本操作指南[M]. 北京: 高等教育出版社, 2016.

[5] 肖海. 构建高中数学高效课堂的有效途径探讨[J]. 课程教育研究, 2013, (36): 198-199.

[6] 张亚男. GeoGebra 辅助初中函数教学设计研究[D]. 重庆师范大学, 2023.

[7] 唐薇. 基于 GeoGebra 的高中数学教学设计策略研究——以“三角函数的图象和性质”为例[J]. 智力, 2025, (08): 133-135.

[8] 谢蓓蓓, 叶旭山. 利用 GeoGebra 软件, 实现动静转化——《含参一次函数的图像与性质》教学探索[J]. 教育

研究与评论 (中学教育教学), 2025, (01): 85-88.

[9] 徐阳. GeoGebra 助力初中数学可视化教学——以函数教学为例[J]. 理科考试研究, 2023, 30 (14): 28-31.

基金项目: 2024 年湖南省普通本科高校教学改革研究课题《基于“OBE 理念 + 产教融合”的信息与计算科学专业学生创新实践能力培养模式研究》课题号: 202401001015。

作者简介: 肖舒花 (1997-), 女, 中国湖南邵阳人, 硕士, 研究方向: 数学教育研究。

徐承杰 (1982-), 男, 中国湖北汉川人, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向: 复杂网络、多智能体系统协调控制及其应用方面的研究。