

# 一图一课，追求有深度的单元复习——以“相似三角形”单元为例

胡双

上海市奉贤区柘林学校，中国·上海 201424

**摘要：**深度学习是落实学科核心素养的重要途径。单元复习课教学的育人价值与深度学习的目标指向高度一致，追求有深度单元复习，是课堂教学改革的现实需求与必然趋势。本文以“相似三角形”单元为例，表明以深度学习为导向的单元复习课，可以促进建构证明比例线段的方法和基本图形之间的关联，形成知识结构，并多维度培养学生的识图能力以及学科核心素养。

**关键词：**深度学习；单元复习课；相似三角形

## One Diagram, One Lesson: Pursuing In-Depth Unit Review——Taking the "Similar Triangles" Unit as an Example

Hu Shuang

Zhelin School, Fengxian District, Shanghai, China Shanghai 201424

**Abstract:** Deep learning is an important pathway for implementing core subject competencies. The educational value of unit review lessons aligns highly with the goals of deep learning. Pursuing in-depth unit review is both a practical need and an inevitable trend in classroom teaching reform. Using the "Similar Triangles" unit as an example, this paper demonstrates that a deep learning-oriented unit review lesson can promote students' construction of methods for proving proportional line segments and the interconnections between fundamental geometric shapes, facilitating the formation of knowledge structures. Furthermore, it cultivates students' ability to interpret geometric figures and their core mathematical competencies in multiple dimensions.

**Keywords:** Deep learning; Unit review lesson; Similar triangles

### 1 教学背景

本节课是沪教版数学九年级第一学期二十四章“相似三角形”的单元复习课。本单元主要学习了三角形一边的平行线与相似三角形的概念、判定和性质。这些内容为发展学生的几何直观和逻辑推理能力提供了重要素材。与全等三角形这一知识点相比，本单元对全等三角形是相似三角形的特殊情况，当相似比为 1 时，相似三角形就变成了全等三角形，但相似三角形更强调形状相同，对应边成比例，而全等三角形则要求严格的边和角都完全相等内容的理解需要有一个过程，同时基于比例式的逻辑推理也较为抽象，学生在之前的新授课学习中，还不能深刻理解掌握和应用基本图形，也不能熟练运用比例式进行变形和推理。

虽然九年级的学生已具备了一定的直观想象、逻辑推理、数学抽象的能力，积累了一些分析和解决几何问题的经验。但由于学生学习能力、解题策略和思维水平的差异，

导致部分学生分析题目时在识图方面还存在障碍。

因此，单元复习课中亟需明晰教学目标，即加强对识图能力的培养，构建证明比例线段的方法和基本图形之间的关联，形成知识结构。本节课学生经历几何证明题目中比例线段问题解决的过程，掌握比例线段证明的常用方法与常见的相似基本模型，形成解决比例线段问题的数学经验，体会化归的数学思想，提高分析问题、解决问题的能力；通过基本的图形的分解与重组，感悟图形的转化与内在联系，体会一般到特殊的数学思想，进一步加深对几何图形构成的理解，发展逻辑推理能力。

### 2 教学设计

#### 2.1 复习回顾：依图思考，创设问题情境

问题 1：同学们，你能从图 1 中找到哪几个基本图形？能根据这些基本图形写出一些比例式吗？

设计意图：本题从一个学生熟悉的图形入手，提出了

一个入口较宽且答案多样的开放性问题, 目的就是为了降低学习起点, 满足班级中不同层次学生的学习需求。同时通过该问题复习 A 字型和 8 字型两个基本图形, 学会能从组合图形中分解基本图形并得到相关比例线段, 为下面的问题做铺垫。

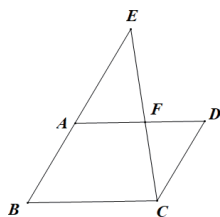


图1 问题1图

## 2.2 深度分析: 逐层变式, 建构知识体系

问题 2: 已知: 如图 2, 四边形  $ABCD$  是平行四边形, 点  $E$  在边  $BA$  的延长线上,  $CE$  交边  $AD$  于点  $F$ . 联结  $BD$ , 交  $CE$  于点  $G$ .

求证:  $CG^2 = EG \cdot FG$ .

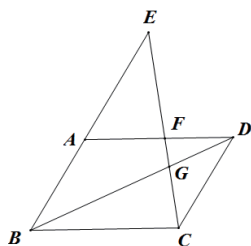


图2 问题2图

设计意图: 本题在问题 1 的基础上联结了  $BD$ , 通过一条线的变化, 带来了两个 8 字型的基本图形的增加, 由此多了许多的比例线段关系。让学生在经历横看竖看都没有相似三角形的情况下, 通过问题 1 的铺垫, 借助这组等比转化解决问题 2。通过题目的具体分析, 梳理证明比例线段的三个方法: 相似三角形对应边成比例、三角形一边的平行线和等比转化。

问题 3: 将例题 1 中的四边形  $ABCD$  变为菱形, 如图 3 所示。求证:  $DG \cdot BE = AB \cdot BG$ 。

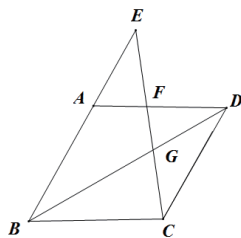


图3 问题4图

设计意图: 本题将问题 2 的平行四边形特殊化, 变

化为菱形, 增加了许多线段相等的条件。而这个变化也是解决这个问题的关键, 通过将  $AB$  边用  $CD$  边等线段转化, 由此利用 8 字型基本图形解决。通过问题的解决获得了第四个证明比例线段的方法: 等线段转化。同时在解决问题的过程中感受了图形变化过程中的变与不变, 体会一般到特殊的数学思想, 形成解决比例线段的证明的一般策略。

问题 4: 在问题 3 的背景下, 联结  $AG$ , 求证:  $FG \cdot BE = AG \cdot BD$ 。

设计意图: 本题在问题 3 的基础上, 联结了  $AG$ , 一条线段的变化, 使得图形再次复杂化, 在利用证明比例线段的一般策略的过程中, 难度加大。不仅需要进行等比代换和利用菱形的边长相等进行等线段代换, 还需通过一组全等三角形对应边相等进行等线段代换。以一题巩固了整节课学习的策略和方法。

上述四个问题设计的整体思路, 是通过在一图的基础上, 进行层层变式, 从而用一图贯穿一节课的教学方式。其意图是通过这种形式简洁明快的教学方式, 不仅兼顾了知识回顾梳理和探究解决问题的复习课教学目标, 提高学生识图与画图能力, 以及课堂学习的效率; 同时, 探究过程兼顾不同学生的学习需求, 使得不同的学生在一节课里都有各自的收获。

## 2.3 交流分享: 深度探讨, 梳理知识框架

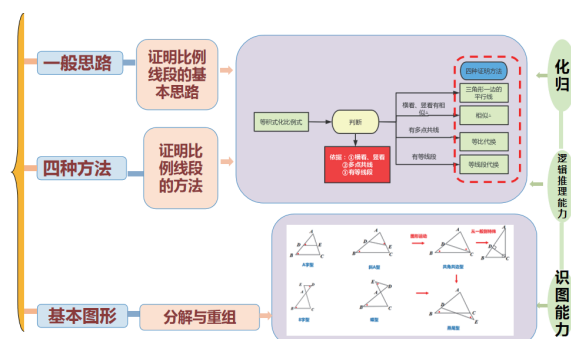


图4 课堂知识框架

设计意图: 通过上述四个问题的解决, 感受图形的分解、重组及变化, 引导学生对基本图形进行深度探索, 提高学生识图用图悟图的能力。同时, 建立比例线段证明的方法和一般思路的知识框架, 如图 4, 提高课堂教学的有效性, 使得复习课同时具备总结、应用和探究的教学功能, 调动学生的学习积极性, 发展学生的高阶思维能力。

## 2.4 练习巩固: 深度体验, 提升学科素养

作业 1: 已知: 如图 5, 四边形  $ABCD$  是平行四边形, 点  $E$  在边  $BA$  的延长线上,  $CE$  交边  $AD$  于点  $F$ , 交对角线  $BD$  于点  $G$ 。

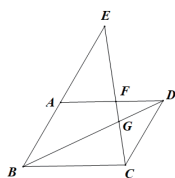


图5 作业1图

若  $AF:FD=3:2$ , 求  $\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle GBC}}$  的值.

联结  $AC$  交  $BD$  于点  $H$ , 联结  $AG$ , 如果  $\angle DCG = \angle DAG$ , 求证: 平行四边形  $ABCD$  是菱形.

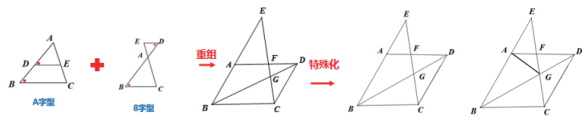
作业2: 已知: 如图6, 在矩形  $ABCD$  中, 点  $E$  在边  $AD$  的延长线上,  $DE=DC$ , 联结  $BE$ , 分别交边  $DC$ 、对角线  $AC$  于点  $F$ 、 $G$ ,  $AD=FD$ .

(1) 求证:  $AD \perp BE$ ; (2) 求证:  $\frac{CF}{DF} = \frac{AC}{BE}$ .

设计意图: 通过作业的布置对本课知识复习和巩固, 实现对知识的应用和拓展。作业1交换例题的题设与结论帮助学生将课上所学的方法与策略内化; 作业2变化四边形的背景, 从菱形到矩形, 让学生再次感受图形背景虽然在变化但解题策略与方法仍然没有改变。

### 3 教学反思

#### 3.1 以问题情境激发深度学习的发生



认识基本图形→领会基本图形→运用基本图形研究复杂图形

图7 图形变化

合理的问题情境可以激发学生学习兴趣, 提升学生的数学学习积极性和主动性。如图7, 本节课选取的问题情境的背景是由最基本的A字型和8字型两个基本图形组合而成的图形, 贴合大部分学生现有的知识水平。在课堂中教师创设合理的问题情境, 调动学生的学习热情, 让学生经历从复杂图形中分离出基本图形, 借助图形变式层层推进, 解决问题, 总结提炼证明比例线段的两种直接方法和两种间接方法。接着利用同一个图形的变式, 让学生在图形变化过程中感受相关条件的变与不变, 从认识基本图形的识图, 到领会基本图形的悟图, 到最终能运用基本图形研究复杂图形的用图, 激励其主动探索总结知识, 提高学生对基本图形的深度理解。获得深度学习的体验。

#### 3.2 以深度问题助力知识体系的建构

深度学习是一种建构主义的学习过程, 需要将已有的知识与新知进行有效联系, 进而快速进入学习进程, 所以

有深度的问题链是必不可少的。本节课通过四个问题, 借助于基本图形为学生进行思考提供支持, 为获得过程与方法的体验提供机会。从一个图形入手, 在课堂中梳理证明比例线段的方法, 关注学生对基础知识的理解; 在不断特殊化基本图形的情境中, 精心建构问题, 形成了由易到难的问题串, 让学生感受基础模型之间的联系, 进一步加深对基础知识和基本模型的理解和运用。这样的问题设计, 知识的运用与生成是自然的, 又是有迹可循的, 学生容易理解。通过这样的问题链可以将新知与已有知识有效联系, 进而快速进入发现、提出和解决问题的学习进程, 引领学生的学习逐步走向深入, 在分析问题的过程中, 引导学生准确运用所学知识有序开展推理, 合理运用数学语言加以表述, 展现思维过程, 进行知识的“生成”, 从而形成证明比例线段的一般策略。

#### 3.3 以深度体验促进学科素养的内化

深度学习强调知识的深度融合, 有“理解概念, 掌握规律, 解决问题”三个阶段。本节课借助于基本图形为学生进行思考提供支持, 为获得过程与方法的体验提供机会。把新课中分几个课时研究的内容完整地放到一个单元复习课中, 具有结构性、系统性、逻辑性, 帮助学生建立结构化的知识网络。整节课从简单的组合图形中找到基本图形, 读懂基本图形。解决问题时归纳总结证明比例线段的方法和策略, 体会转化思想、从一般到特殊的数学思想, 掌握解决证明比例线段的策略, 形成对此类问题的深度认识。作业再一次引导学生积极思考相关变式, 做到从理解概念—掌握规律—解决问题的深度学习的过程, 促进学生核心素养的内化。

可见, 有深度的单元复习课, 需要精准把握学生学情和单元教学内容, 在单元复习课设计中, 应关注学生的学习需要, 突出知识之间的联系, 立足知识体系的建构性; 提炼蕴含在知识发生过程中的思想方法, 立足思想方法的灵活性和迁移性; 揭示在问题研究过程中的活动经验, 立足活动经验的应用性和迭代性, 从而让深度学习真正发生。

#### 参考文献:

- [1] 中华人民共和国教育部. 义务教育课程标准(2022年版)[S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [2] 郭华. 深度学习及其意义[J]. 课程·教材·教法, 2016,36(11): 25-32.
- [3] 郑富宝. 运用“变”与“不变”策略提升数学思维品质[J]. 上海中学数学, 2019(1-2):51-52+85.

作者简介: 胡双(1991.10-), 女, 汉族, 上海奉贤人, 本科, 一级教师, 研究方向: 初中数学。