

# 数学创造性思维教学的要素分析、实践途径与研究展望——基于文献综述的视角

缪佳怡 张春莉

北京师范大学教育学部, 中国·北京 100875

**摘要:** 学生创新素养的培育是现代学校教育的核心目标之一, 在课堂教学中培养学生的数学创造性思维也已成为各国数学教育界的重要命题。基于对相关概念的内涵解读, 对聚焦数学创造性思维教学的文献进行了梳理, 得出以下结论: 数学创造性思维教学的基本要素分为认知(思维向度、任务属性)与非认知(动机、环境、人格)两个维度; 培养学生数学创造性思维的教学实践途径主要包括复杂问题解决、数学建模、计算机辅助学习、问题提出、数学实验。基于已有成果, 对未来研究提出展望: 澄清概念, 提高研究对象的精准性与均衡性; 优化方法, 以循证研究弥合理论与实践的鸿沟; 开拓领域, 围绕底层机制探索开展跨学科研究。

**关键词:** 数学创造性思维; 课堂教学; 文献综述; 教学方法

## Analysis of Elements, Practical Approaches, and Research Prospects of Creative Thinking Teaching in Mathematics — Based on the Perspective of Literature Review

Jiayi Miao Chunli Zhang

Faculty of Education, Beijing Normal University, Beijing, 100875, China

**Abstract:** Cultivating students' innovative literacy is one of the core goals of modern school education, and cultivating students' mathematical creative thinking in classroom teaching has become an important topic in the mathematics education community of various countries. Based on the interpretation of relevant concepts, the literature focusing on teaching creative thinking in mathematics has been sorted out, and the following conclusions have been drawn: the basic elements of teaching creative thinking in mathematics can be divided into two dimensions: cognition (thinking dimension, task attribute) and non cognition (motivation, environment, personality); the teaching practice methods for cultivating students' creative thinking in mathematics mainly include complex problem solving, mathematical modeling, computer-aided learning, problem posing, and mathematical experiments. Based on existing achievements, prospects for future research are proposed: clarifying concepts, improving the accuracy and balance of research subjects; optimizing methods to bridge the gap between theory and practice through evidence-based research; expand fields and conduct interdisciplinary research around exploring underlying mechanisms.

**Keywords:** mathematical creative thinking; classroom teaching; journals reviewed; teaching method

### 1 引言

数学学科的抽象性、复杂性及其在课程体系中的基础性地位, 决定了其在培养学生创造性思维方面的核心价值与作用<sup>[1]</sup>, 在数学课堂中发展学生的创造性思维也是数学活动的重要指向与特征<sup>[2]</sup>。蔡金法 2015 年的一项调查可以佐证这一结论: 在教师认为的数学教学应培养学生的最重要的思维品质中, “独创性” 排名第一, 得分率达 31%<sup>[3]</sup>。《义务教育数学课程标准(2022 年版)》也将创新意识列为核心素养的表现之一, 并指出“创新意识有助于形成独立思考、敢于质疑的科学态度与理性精神”<sup>[4]</sup>。尽管个体之间存在差异, 但毋庸置疑的是, 每位学生都具有数学创造性潜能, 都能在数学学习中发展创造性思维, 借助数学学科教学培养数学创造性思维, 是提升学生创造力、培养创新型人才的必由之路。然而, 结合已有研究可以发现, 当前中国的实际

数学教学仍以传统数学教材和教学手段为主, 缺少激发学生创新意识的环境。尽管近些年有关数学创造性思维培养的研究层出不穷, 但整体是相对零散、互为补充的, 缺乏系统的梳理与总结, 部分教师对数学创造性培养的理解局限于设计更多、更难的学习内容, 而未上升到教学理念、教学方法等层面, 也有部分教师认为创造性思维培养是凌驾于基础知识学习之上的, 只有成绩优异的学生才有发展创造性思维的必要性, 这些理念与实践中的瓶颈无不约束着学生数学创造性思维的发展与中国数学教育的转型, “钱学森之问——为什么我们的学校总是培养不出杰出人才?” 仍值得国人反思<sup>[5]</sup>。

目前, 关于数学创造性思维教学的综述性研究仍比较稀缺, 本研究从文献综述的视角出发, 分析数学创造性思维教学的基本要素, 归纳总结在课堂教学中培养学生数学创造

性思维的共性方法,为一线数学教师的教学实践与未来的研究提供启示。

## 2 核心概念辨析

### 2.1 数学创造性思维

当前,有关数学创造性思维的研究是广泛而异质的,研究者们对其定义还未达成共识,为明晰本研究中“数学创造性思维”的内涵,有必要将其与密切相关的概念进行比较,对其做出限定,并提炼出关键特性。

#### 2.1.1 领域特异性:一般创造性思维与数学创造性思维

作为一种高级的思维形式,创造性思维(Creative Thinking)可以分为一般创造性思维与领域特异创造性思维,二者虽存在共性,但并非简单的包含关系。作为领域特异创造性思维的一种,数学创造性思维(Mathematical Creative Thinking)具有区别于一般创造性思维的内涵与特征。

对数学创造性思维的研究始于国外心理学界,学者们对数学创造性思维的定义主要可以分为两类:关注数学创造性思维的结果与关注数学创造性思维的过程。Vallee指出,“数学创造性思维是逻辑思维与直觉思维的综合体,因此数学教育中的逻辑推理与直觉猜测缺一不可<sup>[6]</sup>”。Pehkonen认为,“数学创造性思维是逻辑思维和发散性思维的结合<sup>[7]</sup>。”由此可见,数学创造性思维的发生过程包括了发散思维与聚合思维,二者相互依存,在数学问题解决中,一般要经历从发散到聚合,再从聚合到发散的多次反复。Chamberlin和Moon认为,数学创造性思维是在应用数学建模解决问题时产生新颖、恰当解法的能力,使用一般算法得出特殊解法也是数学创造性思维的表现<sup>[8]</sup>。基于已有文献,本研究将数学创造性思维定义为从情境、概念、经验中创造出与数学相关的新产品(新问题、新方法、新结论等)的一种心理活动。

#### 2.1.2 相对性:数学家与一般学生的数学创造性思维

在本研究中,我们还必须明确学校中一般学生数学创造性思维与杰出数学家数学创造性思维的不同,即数学创造性思维具有相对性。数学家的创造性思维一般被认为是先天具备而不易受外界条件(教学实践、环境、社会等)影响的,但这种定义在数学教育研究中并不适用,因为将其将数学创造力视为一种仅被少数群体拥有、难以通过教育发展的特殊能力,然而,数学教育的重要任务之一是为全体学生提供发展数学创造性思维的机会。研究者们认为,这两种数学创造性思维最显著的区别是一般学生数学创造性思维的产物不一定需要在现实世界中有直接或间接的应用,只要其成果是富有想象力和原创的,这就足够了<sup>[9]</sup>。换言之,强调新颖性和实用性的数学创造性思维定义对学校中一般学生的数学创造性思维是不适用的<sup>[10]</sup>。此外,大量研究表明,学生往往是根据先前的经验、其他学生的表现、过去的数学学习经验以及曾经解决过的问题,为新的数学问题提供新的见解或解

决方案,由此发展数学创造性思维。任何学生在解决不熟悉的问题时,都可能进行反思与尝试,并且这个过程是持久、灵活、深刻的<sup>[11]</sup>,这种相对性赋予了学校教学中创造性思维不同的内涵,而不仅仅将其作为天赋的一个子集<sup>[12]</sup>。

### 2.2 数学创造性思维教学

鉴于数学创造性思维的领域特异性,其教学需依托数学内容知识与数学问题情境,鉴于数学创造性思维的相对性,其教学需以数学思维教学理论为基础,依据学生的认知发展水平而展开。

为突破应试教育的局限,使学生“收获有益的思维习惯和常识”<sup>[13]</sup>,实现“数学化的教学与学习”<sup>[14]</sup>,数学教育界强调发展学生的数学思维,并将其作为数学教育最重要的目标之一。数学家徐利治在20世纪80—90年代大力推广数学思维教学,明确了以思维分析带动内容教学,以深度理解取代死记硬背的教学思想,使中国的数学思维教学迎来了第一个黄金时期。郑毓信将数学思维教学划分为“帮助学生了解、学习、改进数学思维”和“提升学生思维品质,由理性思维走向理性精神”两个阶段,认为数学思维教学是一个螺旋上升的过程<sup>[15]</sup>。根据“两阶段理论”,数学思维教学有两个不同水平的目标,具体而个性的目标是帮助学生学习与运用某种特定思维,整体而共性的目标是实现学生思维品质的全面提升,且相较于数学知识教学,数学思维教学是一个更加持久的潜移默化过程。上述数学思维教学的研究成果为数学创造性思维教学的概念界定提供了指导思想与基本框架。数学创造性思维教学是指教师在学校场域内,以提升学生的创造性思维为追求,以学生的认知发展水平为基础,以数学知识内容与数学问题情境为依托而开展的一种特殊的数学思维教学活动,它既有数学思维教学的规律,又有其特殊性,既可以直接教学,也可以间接教学。其中,直接教学是以发展学生数学创造性思维为核心目标设计学习主题与评价标准的过程,如数学建模教学、数学实验教学;间接教学是在常规的数学知识教学中通过教学方式改进与教学手段革新,以培养学生数学创造性思维为隐性目标设计学习活动的过程,例如创设开放性的问题情境、计算机辅助学习、鼓励一题多解等。然而,脱离内容的思维教学与脱离思维的内容教学都是不可取的,此处的直接教学与间接教学只是一个相对的概念,在实践中,教师需要将直接教学与间接教学相结合,以知识学习支持思维发展,以思维发展带动知识学习,实现全面有效的数学创造性思维教学。

## 3 数学创造性思维教学的要素分析

目前,有关数学创造性思维教学的研究内容相对零散,为了在众多成果之间建立联系,抽丝剥茧出其中的关键要素与核心内容,本研究对相关文献的主要观点进行了提取与归纳,在此基础上凝练出了数学创造性思维教学的基本要素(见图1)。

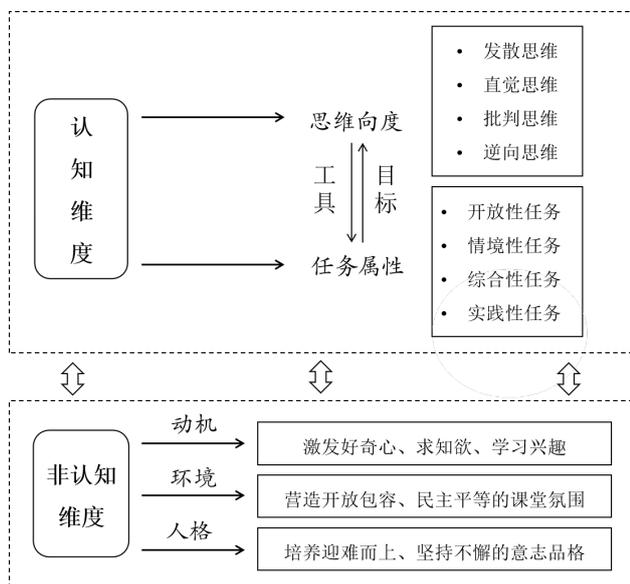


图 1 数学创造性思维教学的基本要素

### 3.1 认知维度

认知维度包括思维向度与任务属性，其中思维向度是与数学创造性思维紧密联系的多角度、多方位的思维活动，任务属性是教师设计的课堂学习任务所具有的显著特性。需要说明的是，多数文献对这两个要素的阐述并不是相互割裂的，而是将两个要素相结合，分析如何借助特定的学习任务达成发展某种思维的目标。

#### 3.1.1 思维向度

数学创造性思维是一种复杂的高阶思维，研究者们常常将其培养与多种思维的发生相联系，其中被提及较多的有发散思维、直觉思维、批判思维与逆向思维。发散思维又名求异思维、辐射思维，是数学创造性思维的主要表现形式，也是评价数学创造性思维的重要指标<sup>[16]</sup>，其关键特征是多向性与灵活性，即在短时间内通过思维的跨越、转换得到新颖、适切的策略或结论<sup>[17]</sup>。课堂教学中，发散思维包括横纵两个层面，横向发散帮助学生在一个数学问题情境中探寻多种解决策略，纵向发散帮助学生将同一种解决策略运用于不同的数学问题情境<sup>[18]</sup>。为培养发散思维，在教学中教师应启发学生运用联想、引申、变式、简化等方法，打破其思维的保守与定势，寻求一题多解、一法多用。直觉思维又名灵感思维，是直觉想象与直觉判断的辩证统一体，作为一种典型的非逻辑思维，其具有整体性、自由性、直接性等特征<sup>[19]</sup>。虽然直觉思维的活动过程往往缺乏严密的逻辑推理，但直觉思维水平高的学生对数学问题往往具有较高的洞察力，能够敏锐识别、自由联想、大胆猜测，这些一闪而过的“灵光”恰是创新创造的原点。在课堂教学中，数学教师可以通过创设情境、寻找联系、延迟反馈、几何直观等方式发展学生的直觉思维。批判思维是学生以辩驳谬误为目标，从客观事实出发探寻更加科学、严谨的方法或结论的思维活动<sup>[20]</sup>。由于绝大部分创新的起点都是对前人成果的质疑，因此不盲

从、不迷信的批判精神是数学创造性思维的重要基石<sup>[21]</sup>，教师可以通过辨异对比、纠错训练等方式培养学生的批判思维。逆向思维，顾名思义，即是从相反方向进行思考，探寻解决问题策略的一种反常规型思维。与人们所习惯的顺向思维相比，逆向思维的运用更容易带来新颖、突破性的成果。数学中的对称概念、可逆定理，以及特殊与一般、抽象与具体、归纳与演绎等思想方法都具有双向性的特征，教师应善于发现、运用，借此培养学生的逆向思维<sup>[22]</sup>。

#### 3.1.2 任务属性

在学校教学中，教师通常会把课堂拆解为一系列活动或任务，将其作为工具与载体，实现特定的教学目标。本研究发现，在数学创造性思维的教学中，教师倾向于设计具有以下几种属性的学习任务。第一，开放性任务。有文献指出，为培养学生的数学创造性思维，课堂中的数学任务应该从探索性转向开放性，从唯一性转向多向性<sup>[23]</sup>。以德国数学家希尔伯特（David Hilbert）为例，他在大学任教时经常即兴提出一些数学问题，并立即带领学生尝试解决，但这些任务往往具有较高的开放性与挑战性，并非每次都能得到圆满的解答，甚至有时他自己也无法当堂完成，但这一研究过程对学生创造性思维的培养却是弥足珍贵的。第二，情境性任务。学生是创新的主体，教师需借助情境性任务引发学生的主动思考，发展其创新素质，帮助其积累积极的情感体验。文献指出，在课堂教学中，教师可以通过数学故事、几何直观、实际问题、知识关联等方式创设有意义的学习情境<sup>[24]</sup>，使学生在全情投入中迸发出灵感的火花。第三，综合性任务。综合性任务又名整体性任务，是数学活动的本质体现，也是培养直觉思维的重要依托。在运用数学创造性思维提出和解决数学问题的过程中，学生需要将多个知识点串联起来，形成知识网络。此外，思维形式的整体性是直觉思维的重要特征之一<sup>[25]</sup>，整体性高的任务有助于引导学生发现事物的内在联系，通过综合考察做出直觉判断。第四，实践性任务。多篇文献认为，知识学习是学生解决数学问题的基础，但要达到数学创造性思维教学的目标，教师还需在学习任务中为学生提供亲身观察、动手尝试、实践操作的机会<sup>[26]</sup>，引导学生通过多元表征生成高创造性的解决方案。

### 3.2 非认知维度

根据情绪心理学研究，个体的情感与认知是不可分割的整体，脱离情感的认识与脱离认识的情感都是不存在的，二者是相互作用的有机整体<sup>[27]</sup>，研究者们也关注到了数学创造性思维教学中的各类非认知因素。在非认知维度，文献中提及最多的是动机激发、环境营造与人格培养三个方面，这也与影响数学创造性思维表现的非认知因素相一致。

#### 3.2.1 动机

激发学生的好奇心、求知欲、学习兴趣可以使其形成较高的创造动机，有助于数学创造性思维的发生发展。其中，好奇心是学生学习、探究、创造的源动力，求知欲是对好

奇心的一种升华,学习兴趣则是学生学习的内在动机中最现实、活跃的因素。在实践中,教师应抓住数学学科的特点,充分发挥教学机智,通过创设情境、设置悬念打造生动的数学课堂,通过渗透数学文化开展数学美育教学<sup>[28]</sup>,增进学生对数学功能的认识,提高学生的创造动机,为数学创造性思维的发生提供根本动力。

### 3.2.2 环境

学者 Csikszentmihalyi 从社会文化视角出发理解创造性思维,指出创造的过程只能在个体与环境的相互作用中被观察到<sup>[29]</sup>。在学校教育中,培养学生数学创造性思维的各类学习活动离不开师生、生生之间的互动,多篇文献也都提到,开放包容的课堂氛围与民主平等的师生关系是学生乐于思考、勇于表达的重要保障。总体而言,有利于学生创造性思维发展的课堂环境具有自由、和谐、包容的特征,教师应鼓励学生发表自己的观点,接受学生个性化的学习方式,帮助学生树立正确的错误观,委婉否定并引导学生自主纠错,充分肯定学生创新想法的合理部分,使学生体验成功的快乐,产生获得感与成就感,强化其创造性的思维活动。

### 3.3.3 人格

林崇德教授曾提出“创造性人才 = 创造性思维 + 创造性人格”的公式<sup>[30]</sup>,可见学生创造性人格的培养与创造性思维的发展密不可分。在解决数学问题时,创造性策略的探究过程往往需要经历多次试错,这意味着学生必须具备持之以恒的态度与承受暂时性失败的意志<sup>[31]</sup>,为达到这一目标,数学教师在课堂教学中应着力培养学生迎难而上、坚持不懈的意志品质,以及严谨认真、精益求精的科学态度,激发学生的创造潜能。

## 4 数学创造性思维教学的实践途径

上文提及的思维向度、任务类型都是相对抽象的要素,在实践中难以直接运用,而复杂问题解决、数学建模、计算机辅助学习、问题提出、数学实验等具体的实践途径则更加聚焦课堂、易于操作,对一线数学教师也有更直接的启发引导作用。

### 4.1 复杂问题解决

问题是数学的心脏,在数学课堂中,解决问题是学生思维外显的重要途径,问题解决的教学也是数学课堂教学的中心环节。这里的“复杂问题”是相对于“常规问题”的概念提出的,具有开放性、挑战性、情境性等特质。其中,开放性指问题的结构不封闭,包括条件开放、过程开放与结果开放三种类型,挑战性指问题的难度高于大部分学生的思维水平,侧重考察学生在深入理解知识的基础上对其有效整合与灵活应用的能力<sup>[26]</sup>,情境性指数学问题的背后存在一个真实的、“非人工”的生活情境。研究表明,复杂问题可以让学生有机会面对更多的认知挑战,生成多样的、原创性的问题解决策略,从而产生更具创造性的问题解决方案<sup>[32]</sup>。在解决复杂问题的过程中,学生可以从不同角度进行分析,

并以不同方式表示其中的数学概念和数学关系,直到发现一个有效策略将其完美解决<sup>[33]</sup>。当前,数学教材中的多数问题都是封闭式的常规问题,注重考察学生对知识或技能的掌握情况,学生需要借助固定的已知条件得到唯一正确的答案,但实际生活中的数学问题往往是复杂而开放的,这些问题信息不完整、策略不唯一、答案不固定,对学生的数学创造性思维水平也有更高的要求。在教学实践中,数学教师应尝试设计具有以下某种或多种特质的复杂问题:问题有多个正确答案或多种解题策略、问题需要多个步骤才能得到答案、问题要求概括出可推广的结果、问题缺少必要信息或包含不必要信息、问题是围绕真实情境展开的。为此,教师可以尝试整合拓展多个封闭性问题、对部分条件进行弱化、改变提问方式,设计出复杂程度更高的数学问题<sup>[21]</sup>,并将其整合到课堂教学环节中。此外,复杂数学问题也是评价学生数学创造性思维流畅性、灵活性与独创性的重要工具<sup>[34]</sup>,其中流畅性表现为得到的正确答案的数量,灵活性表现为得到的正确解题策略的数量,独创性表现为得到的正确答案或策略在集体中的稀缺程度。概言之,复杂问题的解决对学生数学创造性思维的培养与测评都有重要意义。

### 4.2 数学建模

在学校教育中,数学建模是指学生运用数学工具与数学语言,对现实世界中的客观对象作出假设,通过演绎、分析归纳出数学规律,得到可验证的数学模型的过程<sup>[35]</sup>。与传统教学活动相比,数学建模具有三个显著特征:第一,应用性,即以现实中的问题作为起点,最终实现“实践—理论—实践”的循环;第二,开放性,不同的学生可能会经历不同的假设、推理过程,进而得到不同的结论<sup>[36]</sup>;第三,综合性,学生需要具备整体的视角,综合运用多个分支的数学知识,达到触类旁通的境界<sup>[37]</sup>。实证研究表明,开展数学建模活动可以显著提升学生的创造性思维水平<sup>[38,39]</sup>,实现数学与其他学科知识的深度融合,帮助学生形成正确的数学观。在设计与开展数学建模活动时,教师应注意以下几点:首先,认识到扎实的知识基础与完善的知识结构是帮助学生克服距离感的关键;其次,根据实际情况设计合理、恰当的情境,并给予学生个性化、层次化的指导;再次,给学生提供充分的思考时间与空间,为独创性成果的诞生创造条件;最后,善用现代信息技术,强调团队协作,激发学生的群体创造力。当前,全国大学生数学建模竞赛的大规模开展催生了数学教育中相关课程的建设与教学方式变革,有关数学建模的研究与实践也主要集中于高等教育阶段。然而,随着时代对创新人才培养的呼唤与中国基础教育改革的推进,数学建模活动应该逐步延展到中等教育与初等教育阶段,中小学教师需更加重视课堂教学中模型思想的渗透,结合实际情况设计丰富、优质的数学建模活动。

### 4.3 计算机辅助学习

随着信息技术的发展,以计算机辅助学习为代表的现

代教育技术对数学教育产生了深远影响<sup>[40]</sup>, 各类教学工具、数学软件、学习平台一定程度上改变了数学课堂中教与学的模式。有学者指出, 将现代信息技术融入数学课堂可以把抽象的、静态的数学知识变得可视、可听, 实现对几何图示、参数模型的直观演示, 以及对数学问题的动画模拟, 引导学生发现变化中的规律<sup>[41]</sup>。还有学者指出, 使用计算机技术可以显著提高教学效率, 增加学生在固定时间内接收到的信息量, 培养学生的发散思维<sup>[42]</sup>。在实践层面, 曹一鸣教授团队自 2008 年起在全国 27 个实验区的 270 所学校开展了现代信息技术支持下的中学生数学实践创新能力培养研究, 将手持技术 (MCL)、动态数学软件 (GeoGebra)、“互联网+”三种模式与数学教育深度融合, 结果表明计算机辅助学习能够有效提升学生的数学创新能力, 发展学生的数学创造性思维<sup>[43]</sup>。为进一步推广计算机辅助学习, 数学教师应首先熟练掌握课件、动画以及 GeoGebra, Matlab, Mathematica, Lingo 等数学软件, 进而在日常教学中灵活运用<sup>[44]</sup>, 将课堂变得更加生动、开放。此外, 多篇文献还提到, 信息技术的应用对数学学习评价方式的变革具有重要意义。借助电子设备对学生的数学学习过程进行跟踪与评价, 或是利用网络平台对学生的数学思维、解题能力进行全面评估, 有助于教师开展个性化教学以及学生优化学习方式, 提高教师教学效率与学生学习兴趣, 对学生数学创新能力、应用能力以及自主学习能力的培养具有积极作用。

#### 4.4 问题提出

研究者们对数学问题提出的关注几乎与对数学问题解决一样早<sup>[45]</sup>, 古人云“学贵有疑”, 可见在数学学习中, 提出一个问题往往比解决一个问题更有价值。在课堂教学中, 问题提出是指产生数学问题或对给定问题进行的重新表述, 这个过程应该与问题解决的数学紧密结合, 而不是在其之前、期间或之后的一个单独的教学活动。研究表明, 问题提出的活动能够使学习超越浅层的数学知识, 加深学生的数学理解, 提升其数学推理和反思能力。当学生有机会回答自己提出的数学问题时, 他们对数学的好奇心和热情也会增加, 这个过程有助于学生欣赏数学之美, 而不仅仅是把数学看作一套固定的规则和程序。在设计问题提出的教学之前, 教师首先需要明确问题提出的分类。Stoyanova 和 Ellerton 的分类受到了国内外学者的广泛认可, 他们将问题提出分为结构化 (Structured)、半结构化 (Semi-structured) 和自由化 (Free) 三种类型<sup>[46]</sup>, 其中结构化问题提出要求学生根据非常具体的情境生成数学问题, 半结构化问题提出要求学生通过完善一个开放情境来生成问题, 自由化的问题提出则要求学生在给定的情境中任意生成问题。在课堂教学中, 并不是所有对学生提问的引导都是有效的问题提出教学, 当学生被严格限定在一个“人工的”情景时, 提出的问题往往只是教师借学生之口说出的标准化问题, 此过程对学生数学创造性思维水平的提高收效甚微。因此, 教师应在课堂教学中设

计一些半结构化或自由化的问题提出活动, 强调问题的多样性与独创性, 为学生提供想象与发散的空间。

与复杂问题解决相类似, 问题提出也不仅是一种教学干预手段, 还是评估学生数学创造性思维水平的重要工具, 学生在特定情境中提出的问题的数量、种类, 以及在群体中的稀缺程度, 同样能够反映出学生数学创造性思维在不同方面的水平。

#### 4.5 数学实验

作为一种近十年才进入学者们视野的新兴数学活动, 数学实验是指学生通过整理与分析信息自行设定已知条件, 将一个开放的问题情境转化为数学问题, 利用数学知识与方法探索出解决方案的综合性实验<sup>[47]</sup>。高质量的数学实验活动具有以下特征: 现实性, 即实验主题来源于学科前沿或社会热点, 能够解决实际问题并激发学生兴趣; 不确定性, 即实验的过程与结果是不唯一的, 其间允许多次尝试与失败; 合作性, 即要求学生根据自身兴趣与实验方案分小组展开探究<sup>[48]</sup>。由上述特征可以看出, 数学实验有助于学生自主性的发挥, 是对学生创新能力、自学能力、应用能力的极大考验。此外, 数学实验的教学是一种典型的问题驱动型教学, 能够使學生实现从学习者到研究者的身份转变, 有助于培养学生的科研逻辑, 发挥数学在创新人才培养中的关键作用。在设计与开展数学实验时, 教师应遵循以下步骤: 第一, 确定选题, 教师可以从社会热点问题中直接延伸出选题, 也可以向学生广泛征集, 从中择优选定; 第二, 明确要求, 向学生说明分组要求、活动思路、评价标准, 带领学生形成初步的实验计划表; 第三, 指导方案, 引导各小组反复讨论与完善实验方案, 对出现严重问题的小组进行适当帮扶与纠偏; 第四, 汇总成果, 要求学生总结实验成果, 形成实验报告, 强调报告的规范性、逻辑性、新颖性; 第五, 评价反馈, 组织学生展示成果、交流经验、提出疑问, 多主体、多角度评价实验成果, 对各组学生的整体表现进行反馈, 对学生提出的问题进行搜索。

### 5 问题与展望

本研究在梳理了有关数学创造性思维教学的文献后发现, 当前该主题的研究存在不足, 论文主要从概念、方法与领域三个方面展望未来的研究趋势。

#### 5.1 澄清概念, 提高研究对象的精准性与均衡性

目前, 研究者们对学生数学创造性思维的概念认识主要存在两大误区: 一是将数学创造性思维与一般创造性思维混为一谈, 二是将数学知识难度与学生的数学创造性思维水平画上等号, 相关研究也因此呈现出研究对象模糊、研究学段失衡的样态。

##### 5.1.1 误区一: 混淆数学创造性思维与一般创造性思维

当前有关数学创造性思维教学的研究成果大多以一般创造性思维的概念、要素、发生机制等作为理论基础, 多数

研究者还未认识到数学创造性思维的领域特异性。事实上,创造性思维本身就是一个多元复杂的概念,国内外学者虽从不同角度对其内涵做出了阐释,但学界至今仍未达成清晰共识,这也是相关研究的困境之一。然而,研究已经表明创造性思维在文学、艺术、科学、数学等领域具有不同的内在发生机制与外在表现形式,各领域的创造性思维也应被赋予不同的内涵。当前,针对数学创造性思维概念的研究较为少见,该领域的研究基础尚不扎实,致使一线教师在教学中对数学创造性思维的理解不准确、不到位,相关研究也只是以“数学”为帽子,个别文献删去全文中的“数学”二字几乎对内容毫无影响,可见研究者对“数学”这一前缀赋予的特殊性缺乏准确认识。因此,后续研究需进一步厘清数学创造性思维与一般创造性思维的区别和联系,如通过纵向研究检验数学创造性思维水平对个体后续创造性成就的预测作用,或是利用结构方程模型,将数学能力、性别、年龄等因素纳入横向研究,明晰数学创造性思维与一般创造性思维之间是从属、并列,抑或是更复杂的关系,探究二者的内部相关性,提出更准确的理论性与操作性定义并在领域内达成共识,在此基础上找寻数学创造性思维的要素、特点与数学学科教学论的契合点,为数学创造性思维的培养提供新思路。

### 5.1.2 误区二:混淆学习内容难度与学生思维水平

由前文可知,当前有关数学创造性思维教学的研究主要集中在高等教育领域,部分研究者将学习内容的难度等同于学生的思维水平,认为越困难的知识越有助于培养学生的数学创造性思维,这一理念误区导致领域内的研究存在严重的学段失衡现象。然而,培养数学创造性思维并不只是特定学段的教学目标,而应贯穿数学教育始终。一方面,学生数学创造性思维的发展是一个持久、漫长的过程,需要教师长期的引导与训练,短期集中培养的效果十分有限。另一方面,创造性思维并不是专属于理工科大学生的思维能力,各行各业都需要创新型人才,而中小学数学课堂正是培养所有学生创造性思维的重要阵地。因此,未来研究者们应更多地关注中小学阶段数学创造性思维培养的教学,结合中小学阶段的学生特点、课程目标、课程内容、评价方式,开展丰富且有针对性的研究。研究者们需认识到,关注学生数学创造性思维的发展是一种教育理念与教学方式,并非只有高度抽象的教学内容才能将其承载,基础教育作为学生发展思维、培养能力的关键阶段,更应关注对数学创造性思维的培养。以数学建模为例,全国大学生数学建模竞赛的大规模开展使得高等教育成为数学建模教学的主要试验田。然而,建模思想的渗透始于初等教育,小学阶段的数学建模活动虽无法像大学阶段一样复杂化、规模化,但其中存在着很大的关联性。具有模型意识的教师同样可以从小学数学内容知识中找寻到适切的主题,依据学生的能力水平提供学习支架,使学生经历将现实问题抽象成数学模型的过程,引导学生解释与运用模型,实现数学创造性思维的培养。

## 5.2 优化方法,以循证研究弥合理论与实践的鸿沟

总体来看,当前有关数学创造性思维教学的研究成果多为非实证的经验总结,主观性强严谨性弱,缺乏可靠的数据支撑,难以在实践中操作与推广。随着教育研究走向循证化,学界越来越重视对理论成果实践效用的检视,为改变领域内理论与实践脱节的现状,未来的研究可以从以下两方面入手。一方面,细化研究问题,不再是对“如何培养数学创造性思维”的泛泛而谈,而是聚焦特定的教学方式或实践途径开展教育实验,详细描绘教学实践过程,实现变量控制下的教学干预,将真实的研究数据作为其在培养数学创造性思维方面取得成效的有力佐证。另一方面,优化研究范式,加强教育研究者与一线教师之间的合作,基于实践中的发现提出问题,选取适宜、规范的研究方法,借助科学的评价工具形成可检验的研究结论,丰富领域内的高质量实证研究。在研究方法上,注重量化与质性研究方法的结合,运用相关测评工具检验教学干预后学生数学创造性思维水平的提升情况,同时运用回顾性访谈分析学生思维习惯与解题策略的变化,多角度识别教学效果。在研究内容上,开展跨学段的大规模教育实验研究,将学生的认知水平和能力差异纳入考量,检验某种干预手段对不同年级、数学创造性思维水平、数学能力学生的干预效果;开展纵向追踪研究,进一步探究一定周期的数学创造性思维教学能否对学生产生显著而持久的影响。

## 5.3 开拓领域,围绕底层机制探索开展跨学科研究

梳理文献发现,学界对数学创造性思维教学的研究具有显著的领域封闭性,学者们一直沿用传统的教育研究方法,依赖教育领域的话语体系与研究范式产出成果,研究领域的开拓成为创新的关键所在。一方面,随着人文科学与自然科学日益走向融合,对学生思维的研究也要从顶层要素设计转向底层机制探索,教育研究者应“走出舒适圈”,开展新视角、新方法下的跨学科交叉研究,寻求突破性进展。另一方面,在课堂教学中,只有当学生的数学创造性思维外化为数学创造行为时,教师才能捕捉并评价,而更多潜在的思维活动却无法被观察研究,这也是创造性思维研究的一大瓶颈。为进一步揭示创造性思维的底层发生机制,近年来有研究者开始寻求教育研究与脑科学研究的深度融合,试图借助神经影像技术探查思维的运作规律,提高对创造性思维发生机制及个体差异的理解,为培养学生创造性思维的教学研究提供实证依据。然而,已有研究主要关注一般创造性思维的发生及变化机制,关注数学创造性思维的研究较少,而创造性思维的脑机制具有一定的领域特殊性,因此该领域表现出了较大的研究需求。借助脑科学技术,研究者们可以发现数学创造过程、个体的数学创造性表现与广泛的脑区活动、大脑结构和功能连接网络之间的关联。未来的研究可以从结构性脑成像和功能性脑成像两方面展开,前者可以探索不同数学创造性思维水平个体之间的脑结构差异以及脑结构与数

学创造力之间的关系；后者则可以从任务模式和个体差异模式两方面分别讨论数学创造性任务与常规任务以及不同数学创造性思维水平个体之间的脑功能差异。

### 参考文献：

- [1] 罗新兵,罗增儒.数学创新能力的涵义与评价[J].数学教育学报,2004,13(2):82-84.
- [2] Leikin R. The education of mathematically gifted students: Some complexities and questions[J]. The Mathematics Enthusiast, 2011,8(1-2):167-188.
- [3] 蔡金法,聂必凯,徐世红.做探究型教师[M].北京:北京师范大学出版社,2015.
- [4] 教育部.义务教育数学课程标准(2022年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2022.
- [5] 程黎,牛卫华.我们培养不出有创造力的儿童吗[J].教育家,2020,6(27):10-11.
- [6] Vallee R. New mathematics and teaching[J]. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 1975,6(2):141-144.
- [7] Pehkonen E. The state-of-art in mathematical creativity[J]. The International Journal on Mathematics Education[ZDM],1997,29(3):63-67.
- [8] Chamberlin S, A Moon, S M. Model-Eliciting Activities as a Tool to Develop and Identify Creatively Gifted Mathematicians[J]. Journal of Secondary Gifted Education,2005,17(1):37-47.
- [9] Sriraman B. The characteristics of mathematical creativity[J]. The International Journal on Mathematics Education[ZDM], 2009,41(1-2):13-27.
- [10] Shriki A. Working like real mathematicians: Developing prospective teachers' awareness of mathematical creativity through generating new concepts[J]. Educational Studies in Mathematics, 2010,73(2): 159-179.
- [11] Haylock D W. Recognising mathematical creativity in schoolchildren[J]. The International Journal on Mathematics Education[ZDM], 1997,29(3):68-74.
- [12] Meissner H. Creativity and mathematics education[J]. Elementary Education Online,2006,5(1):65-72.
- [13] 波利亚.数学的发现[M].呼和浩特:内蒙古人民出版社,1981.
- [14] 弗赖登塔尔.作为教育任务的数学[M].上海:上海教育出版社,1995.
- [15] 郑毓信.数学思维教学的“两阶段理论”[J].数学教育学报,2022,31(1):1-6+78.
- [16] Haylock D W. A framework for assessing mathematical creativity in school children[J]. Educational Studies in Mathematics, 1987,18(1):59-74.
- [17] 王萍萍,朱冬新,吴兰.数学课导入环节培养学生创造性思维的策略探究[J].教育探索,2015,35(11):36-39.
- [18] 李曙明.数学教学与创造性思维培养[J].教育论丛,1993,5(2): 68-70.
- [19] 王霞.谈数学教师在教学过程中对学生创新思维能力的培养[J].大学数学,2004,21(2):39-41.
- [20] 吴耀强.关于理工科大学生数学创造性思维培养之探究[J].大学数学,2007,24(5):8-12.
- [21] 李铁烽.数学课堂教学要着眼于创新能力的培养[J].数学通报, 2001,66(9):1-2.
- [22] 张祯军.数学教学中如何培养创造性思维能力[J].高等理科教育,2003,11(S1):128-129+136.
- [23] 郑一平.数学教学中创新能力的培养[J].数学通报,2001,66(6): 13-15.
- [24] 朱婉珍,陶祥兴.基于创新思维培养的数学教学模式研究与实践[J].教育理论与实践,2019,39(3):39-41.
- [25] 孙全森.数学创造性思维的心理机制及其能力的培养[J].山东教育科研,1997,12(3):31-33.
- [26] 邢佳立,张侨平.通过数学活动题培养学生创造力的实践探索[J].课程·教材·教法,2020,40(3):43-49.
- [27] 袁中学.小学生数学创新能力的培养[J].辽宁教育研究,2002, 22(9):40-42.
- [28] 张奠宙,崔雪芳.常规数学教学中创新点的设计[J].教育科学研究,2006,17(1):32-34.
- [29] Csikszentmihalyi M. Society, culture, and person: A systems view of creativity[A]. In: Sternberg R J, ed. The nature of creativity[C]. New York: Cambridge University Press,1988.
- [30] 林崇德.创造性人才特征与教育模式再构[J].中国教育学刊,2010, 31(6):1-4.
- [31] 武玲.数学课堂教育应注重培养学生创新精神[J].陕西师范大学学报(哲学社会科学版),2000,41(S1):176-178.
- [32] Leikin R. Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks[A]. In: D. Pitta-Pantazi & G. Philippou, eds. Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education[C].2007.
- [33] Saragih S, Habeahan W L. The improving of problem solving ability and students' creativity mathematical by using problem-based learning in SMP Negeri 2 Siantar[J]. Journal of Education and Practice,2014,5(35):123-133.
- [34] Leikin R, Lev M. Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: What makes the difference?[J]. ZDM: The International Journal on Mathematics Education,2013,45(2):183-197.
- [35] 李尚志.培养学生创新素质的探索从数学建模到数学实验[J].大学数学,2003,19(1):46-50.
- [36] 陈六新,张伟.基于数学模型的大学生创新能力的培养[J].重庆邮电大学学报(自然科学版),2008,20(S1):86-88.

- [37] 付军,朱宏,王宪昌.在数学建模教学中培养学生创新能力的实践与思考[J].数学教育学报,2007,16(4):93-95.
- [38] Gilat T, Amit M. Exploring young students' creativity: The effect of model eliciting activities[J]. PNA,2014,8(2):51-59.
- [39] 孟军,白钰莹,张战国,等.数学建模竞赛对大学生创新能力的影响[J].科技管理研究,2021,41(22):205-212.
- [40] 李雅瑞.在高等数学课件设计中注重学生创新能力的培养[J].大学数学,2004,21(3):9-11
- [41] 颜荣芳,张贵仓,李永祥.现代信息技术支持的数学建模创新教育[J].电化教育研究,2009,30(3):98-100.
- [42] 高军杨.基于《数学分析》课程学生创新能力培养的探讨[J].内蒙古师范大学学报(教育科学版),2014,27(1):123-125.
- [43] 曹一鸣,孙彬博.现代信息技术支持下中学生数学实践创新能力培养的研究与实践[J].教育学术月刊,2019,36(8):103-111.
- [44] 杨晓莹.数学教育是培养创新型人才的重要举措[J].教育与职业,2008,92(27):60-62.
- [45] 张晓贵,陈亚菲.论中小学生的数学创造力及培养途径[J].中小学教师培训,2016,33(10):46-49.
- [46] Stoyanova E, Ellerton N F. A Framework for Research into Students' Problem Posing in School Mathematics[A]. In: P. C. Clarkson, ed. Technology in mathematics education[C]. Melbourne, Australia: Mathematics Education Research Group of Australasia,1996.
- [47] 赵勇.探索性数学教学实验培养学生创新素质的研究与实践[J].实验室研究与探索,2021,40(4):226-230+240.
- [48] 黄平,赵泽藩,杨启贵,刘小兰.以探索性数学实验为抓手培养学生创新能力[J].实验室研究与探索,2020,39(9):182-187.

作者简介: 缪佳怡(1998-),女,中国江苏南京人,博士,从事数学课程与教学论研究。

张春莉(1970-),女,中国重庆人,教授,从事数学课程与教学论研究。

基金项目: 论文系国家自然科学基金面上项目“复杂情境下学生创造性思维的认知及脑机制研究”(项目编号: 62277003)研究成果。