

微积分教学中的数学思想方法的探析

周馨

西安翻译学院, 中国·陕西 西安 710000

摘要: 论文深入探析了微积分教学中的数学思想方法, 包括函数思想、极限思想、类比思想、划归思想和数形结合思想。这些思想方法在微积分的学习中占据重要地位, 不仅为学生提供了强有力的解题工具, 还激发了他们的探索热情。论文进一步讨论了这些数学思想方法在教学中的策略与实施路径, 如通过课堂互动融入函数思想, 设计练习课程强化极限思想训练, 融合生活实例深化类比与数形结合思想理解, 以及实施科学评价促进划归思想与教学效果提升。通过这些教学策略, 旨在帮助学生更好地理解 and 掌握微积分, 提高他们的数学思维能力和解决问题的能力。

关键词: 微积分; 教学; 数学思想方法

Exploration of Mathematical Thinking Methods in Calculus Teaching

Xin Zhou

Xi'an Fanyi University, Xi'an, Shaanxi, 710000, China

Abstract: This paper deeply explores the mathematical thinking methods in calculus teaching, including function thinking, limit thinking, analogy thinking, classification thinking, and the combination of numbers and shapes thinking. These ideological methods play an important role in the study of calculus, not only providing students with powerful problem-solving tools, but also inspiring their enthusiasm for exploration. The paper further discusses the strategies and implementation paths of these mathematical thinking methods in teaching, such as integrating function thinking through classroom interaction, designing exercise courses to strengthen the training of extreme thinking, integrating life examples to deepen the understanding of analogy and the combination of numbers and shapes, and implementing scientific evaluation to promote the improvement of thinking and teaching effectiveness. Through these teaching strategies, the aim is to help students better understand and master calculus, improve their mathematical thinking ability and problem-solving skills.

Keywords: calculus; teaching; mathematical thinking methods

0 前言

微积分作为数学领域的重要分支, 不仅承载着深厚的理论底蕴, 更在自然科学与工程技术等领域发挥着举足轻重的作用。在微积分的学习征途中, 数学思想方法的掌握与运用显得尤为关键。函数思想引领我们探索变量间的微妙关系, 揭示动态变化的奥秘; 极限思想则通过无限之境, 窥探有限世界的精妙; 类比思想搭建起已知与未知的桥梁, 让我们在对比中洞察问题的本质; 划归思想教会我们将复杂问题化繁为简, 寻找解决之道; 而数形结合思想, 则让我们在数与形的交织中, 感受数学的独特魅力。论文旨在深入剖析微积分教学中的这些数学思想方法, 探讨其在教学实践中的策略与实施路径, 以期为学生更好地理解与掌握微积分, 提升他们的数学思维与问题解决能力提供有益的参考。

1 微积分中常见的数学思想方法

1.1 函数思想

在微积分的广阔天地里, 函数思想不仅是策略性的导航, 也是与辩证唯物主义紧密相连的深刻思维模式。它引领我们跨越静态的界限, 深入动态变化的奥秘, 揭示变量间那

微妙而复杂的相互依存关系。微积分, 这门以极限为基石探索函数特性的学科, 其灵魂在于运用函数思想, 剖析并解决那些看似错综复杂的难题。导函数, 作为函数思想中的一把利器, 它的出现为微积分问题带来了前所未有的清晰与简洁。在特定的区间内, 函数于每一点都孕育着一个导数, 这为我们提供了一个全新的观察与分析视角。借助导函数, 我们能够巧妙地将微积分问题转化为对特定区间内导函数的研究, 从而有效降低问题的复杂性, 提升解题的精确度。在导函数的应用实践中, 我们实际上是在探索原函数与导函数之间那千丝万缕的联系。这两个函数相互交织, 共同构成了微积分问题的解决方案。通过转化, 我们得以利用函数的单调性、极值等特性, 逐一破解那些原本棘手的问题。以拉格朗日中值定理为例, 这一定理的巧妙运用正是函数思想的生动体现。在解题过程中, 我们首先需要构建一个与问题相契合的函数, 这犹如为问题量身打造一套解决方案。以“证明方程 $x^3 \times x = 1$ 至少存在一个小于 1 的正根”为例, 我们构造了函数 $F(x) = x^3 \times x - 1$, 并发现该函数在 $[0, 1]$ 区间上连续, 且 $F(0)$ 与 $F(1)$ 符号相反。依据零点存在定理, 我们可以确信在 $[0, 1]$ 区间内至少存在一个实数 x , 使得 $F(x) = 0$, 即方

程 $x^3 \times x - 1 = 0$ 在 $[0, 1]$ 内至少有一个实根, 从而证明了原方程至少存在一个小于 1 的正根。总之, 函数思想在微积分学习中占据着举足轻重的地位。它不仅为我们提供了研究微积分问题的强有力工具, 更激发了我们不断探索的热情, 使我们得以深入领略微积分学科的无穷魅力。函数思想的巧妙运用, 不仅简化了微积分问题, 更提升了解决问题的准确性与效率。

1.2 极限思想

极限思想在数学领域中是一种精妙的思维方式, 它巧妙地借由无限之境, 窥探有限世界的奥秘。具体而言, 这一思想通过无限变化的微妙趋势, 细腻地刻画出有限变化的轮廓, 利用极限的无穷魅力, 将近似的轮廓精炼为精确的图像。因此, 极限思想无疑是微积分探索之旅中的一把钥匙, 解锁了一个又一个难题。极限思想, 实质上是捕捉变化趋势中那抹稍纵即逝的无穷小瞬间, 它是高等数学理论体系中的重要组成部分。在这一思想的启发下, 连续性、导数、定积分、广义积分等一系列数学概念应运而生, 极大地丰富了数学学科的内涵。极限思想的本质, 在于捕捉那些瞬息万变的无穷小量, 这是高等数学理论体系中的重要组成部分。在这一思想的启发下, 连续性、导数、定积分、广义积分等一系列数学概念应运而生, 极大地丰富了数学学科的内涵。自然界与社会现象中, 运动是永恒的主题, 其中渐变与突变相互交织, 构成了复杂多变的动态画面。极限思想, 正是专注于分析渐变过程的有力工具, 它通过对变化轨迹的深入研究, 揭示了变化背后隐藏的不变规律。以曲边梯形面积的计算为例, 微积分中的极限思想通过精细的分割与求和过程, 逐步逼近并准确计算出曲边梯形的面积, 这一过程充分展示了极限思想的深刻内涵与微积分的独特魅力。在求解过程中, 首先需对曲边梯形进行无限细分, 形成无数个微小片段。随着分割份数的不断增加, 每个片段的宽度逐渐趋近于零, 此时, 曲边梯形的面积便可通过计算这些小矩形的面积之和来近似得到。这一过程不仅深刻体现了极限思想的核心价值, 也充分展示了微积分理论的精妙之处。

1.3 类比思想

类比思想在微积分中犹如一座桥梁, 连接着已知与未知, 简单与复杂。其核心价值在于洞察不同对象间的内在联系, 通过对比相似情境, 揭示问题的共通之处, 进而为求解新问题开辟道路。高等数学中的诸多定理与公式, 正是在类比思维的启迪下应运而生, 它们不仅简化了对相似问题的探讨, 更为数学研究的深入与推广提供了有力支撑。微积分教学中, 类比思想的应用显得尤为关键。众多数学概念并非孤立无援, 它们之间往往存在着千丝万缕的联系。教师若能巧妙运用类比, 便能引导学生从熟悉的一元函数微积分领域, 平稳过渡到更为复杂的多元函数微积分。在这一过程中, 通过对比一元与多元在概念构建、数学思想及解题策略上的异同, 学生可以更加深刻地理解多元函数微积分的本质, 实现

从点到面、从浅入深的知识迁移。具体而言, 教师可以选取一元函数微积分中的经典案例, 如极限、导数、积分等, 与多元函数微积分中的相应概念进行类比分析。通过展示两者在定义、性质及计算方法上的相似之处, 以及因维度增加所带来的新特点, 帮助学生构建起系统的知识框架, 提升他们处理多元问题的能力。总之, 类比思想在微积分教学中的融入, 不仅丰富了教学手段, 也激发了学生的思维活力, 使他们在比较与对照中, 不断发现新知, 深化理解, 最终达到融会贯通、学以致用之目的。

1.4 划归思想

在微积分领域, 划归思想占据着举足轻重的地位, 它指导我们将复杂或未知的问题, 通过合理的转换手段, 划归为已知或更易处理的形式, 从而找到解决之道。这一思想在教学实践中的运用, 精髓在于巧妙的转化与适度的简化。实施划归思想时, 首要步骤是精确识别需要转化的对象, 即明确问题的核心所在。紧接着, 要设定一个清晰的转化目标, 这通常意味着将问题转化为我们已经掌握解决方法的类型。最后, 选择恰当的转化路径, 这一步考验着解题者的洞察力和创造力, 需要灵活运用所学知识, 设计出一座通往答案的桥梁。微积分教学中, 划归思想的运用体现在多个方面。例如, 在求解反三角函数的导数时, 教师不是直接给出答案, 而是引导学生将其视为复合函数, 先拆解为更基础的部分, 再利用已知的导数规则逐步求解, 最终整合得出结果。这一过程, 实质上是将复杂问题分解为简单问题, 再逐个击破。同样, 面对隐函数求导这类难题, 划归思想也提供了有效的策略。通过将隐函数转化为显式函数, 或者利用链式法则等技巧, 可以将原本晦涩难解的隐函数问题, 转化为熟悉的初等函数运算, 从而大大降低解题难度。此外, 在探讨函数的单调性、极值及拐点等性质时, 划归思想同样发挥着重要作用。通过求导, 我们可以将这些问题转化为对导数符号、零点及变化趋势的分析, 进而利用导数的性质来推断原函数的行为, 达到解决问题的目的。

1.5 数形结合思想

在微积分的教学实践中, 数形结合思想是一种将抽象数学语言与直观几何图形相结合的有效策略。这一思想鼓励学生在面对数学问题时, 不仅从数值计算的角度去分析, 还要尝试将其转化为可视化的几何形态, 通过观察图形的变化来洞察数值背后的规律, 或是依据数值的变动预测图形的演变趋势。举例来说, 当遇到需要计算由特定直线与曲线 (如 $y^2=x$) 围成的区域 D 的面积这类问题时, 数形结合的思想便显得尤为关键。学生可以先在坐标系中准确绘制出这两条曲线的图像, 明确它们相交的点以及围成的区域。随后, 通过对这个几何形状的深入分析, 如观察其边界、确定积分区间等, 可以为后续的数值计算提供直观的指导和依据。经过一系列精心设计的计算步骤, 最终能够精确得出所求面积的值, 如本例中的 $-2/5$ 。这一过程的精髓在于, 它将原本可

能显得枯燥乏味的数学计算,转化为了一场充满探索乐趣的几何之旅。学生不仅能够通过动手操作加深对数学概念的理解,还能在图形的动态变化中感受到数学的魅力,从而激发起对数学更深层次探索的兴趣。因此,数形结合思想不仅是微积分学习中的一种重要工具,更是培养学生数学直觉和创新能力的有效途径。

2 数学思想方法教学的策略与实施路径

2.1 促进课堂互动,融入函数思想

在微积分的教学实践中,互动教学模式与函数思想的结合是激发学生主观能动性的关键。教师应设计课堂活动,让学生亲自参与函数的构建与解析过程,通过实例引导他们理解函数关系,如经济增长模型、物理运动规律等。利用现代多媒体设施,教师可以动态展示函数图像的变化,让学生直观感受函数值随自变量变化的规律,从而深入理解函数思想的精髓。这种互动与函数思想的融合,不仅增强了课堂的趣味性,还使学生在实践中锻炼了数学思维能力,逐步建立起完善的数学思维体系。

2.2 精心设计练习课程,强化极限思想训练

练习课是微积分教学中巩固知识和提升思维的重要环节。教师应精心设计练习题目,特别是那些能够体现极限思想的题目,如通过求解极限来探讨函数的性质、计算曲线的面积等。这些题目可以引导学生深入理解极限的概念,掌握利用极限思想解决问题的方法。在练习过程中,教师应鼓励学生独立思考,勇于尝试,通过不断练习来强化极限思想的运用,提高解决微积分问题的能力。

2.3 融合生活实例,深化类比与数形结合思想理解

为了降低微积分的学习难度,教师应将数学课程内容与学生实际生活相结合,通过生活实例来引导学生理解数学知识的内涵。在讲解类比思想与数形结合思想时,教师可以选取学生熟悉的生活场景,如物体的运动轨迹、经济数据的增长趋势等,让学生感受到数学与生活的紧密联系。同时,教师可以利用几何图形来直观展示数学概念,如通过绘制函数图像来帮助学生理解函数的性质,或者利用面积图来解释定积分的概念。这种融合生活实例与数形结合思想的教学方法,可以使學生更加深入地理解数学知识的本质,提高他们的数学思维能力。

2.4 实施科学评价,促进划归思想与教学效果提升

在微积分教学过程中,科学评价是检验教学效果和促进学生发展的重要手段。教师应设计合理的评价体系,既要关注学生的知识点掌握情况,也要重视他们的数学思维能力

和划归思想的运用。在评价方式上,教师可以采用多种形式的评价手段,如课堂测试、作业批改、小组讨论等,以确保评价的全面性和客观性。对于学生在评价中反映出的问题,教师应给予及时的反馈和指导,帮助他们解决学习中的困难。同时,教师应鼓励学生积极参与评价过程,提出自己的意见和建议,以促进教学效果的不断提升。通过科学评价的实施,教师可以更好地了解学生的学习需求和学习状况,为后续的教学工作提供有力的支持和保障,同时也有助于学生掌握划归思想,将复杂问题转化为简单问题来解决。

3 结语

论文深入剖析了微积分教学领域内数学思想方法的精髓,着重阐述了函数思想、极限思想、类比思想、划归思想和数形结合思想在微积分学习中的重要地位和作用。这些思维工具不仅为学生的问题解答提供了强有力的支撑,而且点燃了他们探索未知的热情,显著增强了其数学思维的深度与广度。此外,在探讨教学策略与实践路径时,论文倡导构建互动性强的课堂氛围,精心设计具有针对性的练习课程,巧妙融入生活实例,以及实施科学合理的评价体系,这一系列举措旨在为学生搭建一座桥梁,使他们能够更加深入地领悟微积分的奥秘,同时提升其数学思维的敏锐度与问题解决能力。通过此番探讨,我们得以深刻理解数学思想方法在微积分教学中的基石作用,以及如何在教学实践中巧妙融合这些思想,以达到优化教学效果的目的。展望未来,我们应持续深耕微积分教学领域的数学思想方法研究,不断优化教学策略,致力于培养学生的数学综合素养与创新能力,为教育事业的发展贡献力量。

参考文献:

- [1] 郭丽娟,马福强.微积分教学中的数学思想方法的探究[J].课程教育研究,2017(50):120-121.
- [2] 张孟.数学思想方法在微积分教学中的运用研究[J].吉林广播电视大学学报,2017(3):77-79.
- [3] 刘倩.数学思想方法及其教学策略在微积分学中的初探[J].数学学习与研究,2018(23):24.
- [4] 荆素风.高等数学微积分教学中数学思想方法渗透策略[J].山西财政税务专科学校学报,2021,23(6):69-71.
- [5] 张玲.高职微积分教学中数学思想方法的研究与实践[J].辽宁高职学报,2024,26(3):22-26.

作者简介:周馨(2002-),女,中国陕西安康人,从事微积分研究。