

以新课标和 CTI 教学模式为指导，发展学生数学核心素养的教学初探

焦一诺 姜欣

北京市陈经纶中学嘉铭分校，中国·北京 100101

摘要：《义务教育数学课程标准（2022 年版）》的颁布，对义务教育阶段学生的数学学科核心素养有了新的要求，在新课标的引领下，如何在义务教育的课堂中真正落实发展核心素养，是一线教师应思考的问题。论文在数学核心素养和 CTI 教学模式指导下，进行了关于七年级“平面直角坐标系”一章的教学初探。

关键词：核心素养；CTI 教学模式；教学目标；建构主义

Exploring the Teaching of Developing Students' Mathematical Core Literacy Guided by the New Curriculum Standards and CTI Teaching Model

Yinuo Jiao Xin Jiang

Beijing Chenjinglun Middle School Jiaming Branch, Beijing, 100101, China

Abstract: The Promulgation of the *Mathematics Curriculum Standard for Compulsory Education (2022 Version)* has new requirements for the core literacy of mathematics discipline of students in the stage of compulsory education. Under the guidance of the new curriculum standard, how to truly implement and develop the core literacy in the classroom of compulsory education is a problem that front-line teachers should consider. Under the guidance of mathematics core literacy and CTI teaching mode, this paper explores the teaching of the chapter “plane rectangular coordinate system” in Grade 7.

Keywords: core literacy; CTI teaching mode; teaching objectives; constructivism

1 新课标中的核心素养

1.1 核心素养的内容

《义务教育数学课程标准（2022 年版）》（以下简称“新课标”）的颁布，对义务教育阶段的数学学习和教学，提出了新的要求。新课标对小学和初中学段给出了 11 个和 9 个关于数学核心素养的要求，并用“会用数学的眼光观察现实世界，会用数学的思维思考现实世界，会用数学的语言表达现实世界”作为核心素养的整体描述。

1.2 核心素养的解读

新课标修订组组长史宁中教授认为，“三会”的概述是基于数学抽象、数学逻辑、数学建模这三大数学基本思想，却又高于这些数学思想，使得数学具有了一般性；而数学的推理是有逻辑的，通过归纳推理得到结论、通过演绎推理验证结论，体现了数学的严谨性；模型思想的本质是站在现实角度，用数学的语言讲述实际问题，用现实的效果评价模型的功效，这样的应用实现了数学与现实世界的融合。所以，准确地说，“三会”核心素养的概括充分体现了数学的一般性、严谨性和应用的广泛性这三大数学特征^[1]。

2 CTI 教学模式的构建

新课标提出，教学目标要体现核心素养主要表现；整体把握教学内容；选择能引发学生思考的教学方式；进一步

加强综合与实践；注重信息技术与数学教学的融合^[2]。喻平教授（南京师范大学数学科学学院）在发表文章时提到，这些教学建议均是宏观层面的论述，与具体的教学操作还有一定距离。另外，新课标对于如何通过知识的教学来培养学生的核心素养的这一关键问题没有明确阐述。

2.1 对知识教学的再回顾

课堂主要是知识教学的场所，教师对学生的评价也是从对知识的理解应用角度来进行的。以知识学习为目标导向的教学模式具有一定的时代特性，但随着社会的进步，进入信息化时代后，新时代人才应具有一定的学习能力。这也是新课标中把知识教学目标拓展到发展学生核心素养的主要原因。

2.2 从知识理解到素养提升的学习转化机制

基于发展核心素养的需求，喻平教授提出了一个通过知识学习到发展学生核心素养的转换机制模型（见图 1）。

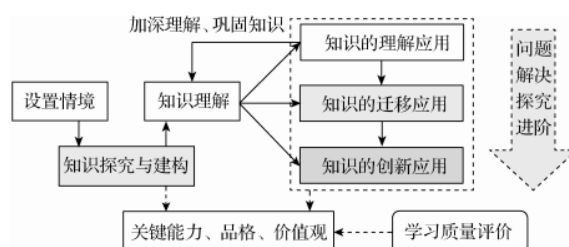


图 1 从知识理解到素养发展的内在结构

图中在传统的教学模式基础上增加了知识探究与建构、知识的迁移应用、知识的创新应用。学生通过这三个阶段的学习,可以经历问题解决的路径达到学习进阶的目的,学习质量的评价直接指向核心素养。这三个环节的介入,能够比

较准确地解释从知识学习到素养发展的内在转换机制^[3]。

2.3 指向发展数学核心素养的 CTI 教学模式建构

基于上述分析,喻平教授在 2023 年提出了发展学生数学核心素养的一种教学模式(如图 2 所示)。

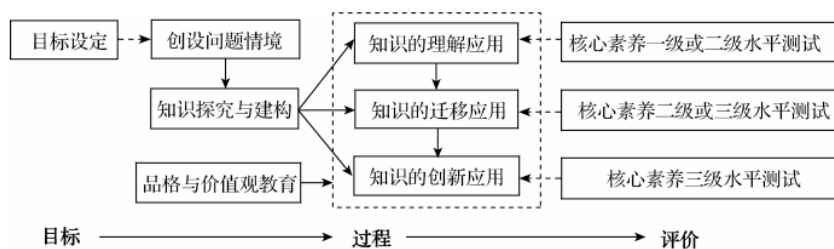


图 2 指向数学核心素养的 CTI 教学模式

这个教学模式简称为“建构—迁移—创新”三环节教学模式,建构:construct,迁移:transfer,创新:innovate,因此可以简称 CTI 模式^[3]。

2.3.1 CTI 模式的理论基础

CTI 模式的理论基础主要是构建主义理论和成功智力理论。

①在建构主义学习环境下,教学设计不仅要考虑教学目标分析,还要考虑有利于学生建构意义的情境的创设问题,并把情境创设看作是教学设计的最重要内容之一。同时,建构主义认为知识具有复杂性和默会性,其复杂性表现为结构的开放性、不良性、建构性、协商性和情境性,默会性即知识由明确知识和默会知识构成,两者共同形成知识完整的统一体^[4]。在 CTI 模式中,“知识的探究与建构”环节,表现了建构主义的知识观,学习的认知过程就是知识的建构过程;“创设情境”环节体现了情境的重要性,创设情境的目的在于协助知识的建构;“知识的迁移应用”和“知识的创新应用”两个环节是对建构主义提出的复杂性知识的学习。

②成功智力理论,成功智力由分析性智力、创造性智力、实践性智力三个要素构成^[5]。分析性智力是个体进行分析、评价、比较或对比时所需要的能力;创造性智力是个体进行创造、发明或发现时所需要的能力;实践性智力是个体进行实践、运用或使用他所学习的知识时所需要的能力。从问题解决角度看,传统智力面对的是解决结构良好问题,创造性智力与实践性智力针对的是解决结构不良问题,而且,解决结构不良问题需要分析性智力、创造性智力与实践性智力三者的同时介入、协调作用。这个过程可以用图 3 表示。



图 3 不同智力在解决问题中的角色

再看 CTI 模式的三个知识应用环节,在“知识的理解应用”阶段,其理论基础更倾向传统智力理论,但也有部分

“分析性智力”存在;在“知识的迁移应用”和“知识的创新应用”两个阶段中,学生面临的结构不良问题逐渐增多,所以,需要有“实践性智力”和“创造性智力”的加持,CTI 教学模式的追求与成功智力理论的基础完全契合。

2.3.2 CTI 模式的教学目标

学生通过 CTI 模式的知识探究与建构、知识的迁移应用、知识的创新应用三个环节,可以在知识学习过程中滋生和发展自我的素养,因此该模式的教学目标应定位于发展学生的数学核心素养。喻平教授提出,教学目标首先要考虑与本节课或者本单元内容直接相关的数学核心素养表现有哪些。其次,要结合教学内容,对本节课或本单元设计的“四基”所要达到的要求作出具体描述。再次,拟定本节课或本单元要引导学生发现和提出什么问题,用什么方法分析和解决问题。最后,思考并提炼本节课或本单元要渗透的品格和价值观教育元素,设计如何落实的策略^[3]。

2.3.3 CTI 模式的教学程序

①设计问题情境。情境以激发学生的学习兴趣,并考虑把品格与价值观教育的元素渗透其中。

②知识的探究与建构。在这一环节中,可以通过从特殊到一般的思维方式,使学生将新知与旧知相结合,从而建构新的知识。

③知识的理解应用。在学生对新知识初步认识的基础上,教师可用示例说明新知识如何应用,学生通过基本的练习来理解和巩固所学知识。

④知识的迁移应用。知识的迁移应用,主要培养学生发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的能力,在此基础上提升学生数学核心素养水平,同时在教学中也应注意将德育结合进来。

⑤知识的创新应用。这一环节是在知识的理解应用基础上的第二次进阶,教学应以学生解决开放性、创新性问题并提出更深层次问题为主要任务。

3 基于 CTI 模式的教学初探

通过对新课标和 CTI 教学模式的学习和研究可以发现,

此教学模式的建构与新课标提出的发展核心素养要求非常契合,也都对教学目标的确立和教学过程的再设计提出了新要求,基于此,笔者以新课标为整体指导框架,结合 CTI 模式进行了初中数学教学初探。教学内容为“平面直角坐标系中面积问题的探究”。

3.1 教学内容分析

本节课是一节专题研究课。主要内容有两部分:第一部分,利用平面直角坐标系中横平竖直的结构特点,通过割补法把图形转化为易求图形的面积;第二部分:根据平面直角坐标系中已知图形的面积,求点的坐标,运用逆向思维解决问题。从数学思想方法的层面看,本节课渗透了转化、数形结合、分类讨论等数学思想方法。从核心素养的层面看,本节课有助于发展学生的几何直观、推理能力、运算能力等。

3.2 课标中相应内容分析

课标中对这部分内容的要求为:探索并理解平面直角坐标系及其应用;能独立思考,体会数学的基本思想和思维方式;经历从不同角度寻求分析问题和解决问题的方法的过程,

体验解决问题方法的多样性,掌握分析问题和解决问题的一些基本方法;在与人合作和交流的过程中,能较好地理解他人的思考方法和结论;敢于发表自己的想法、勇于质疑、敢于创新,养成认真勤奋、独立思考、合作交流等学习习惯,形成严谨的科学态度。

3.3 基于 CTI 模式的教学目标

①在平面直角坐标系中,学生经历由特殊到一般的数学活动,通过探究,会运用割补法把图形转化为易求图形的面积,通过知识的迁移,会通过面积求点的坐标。

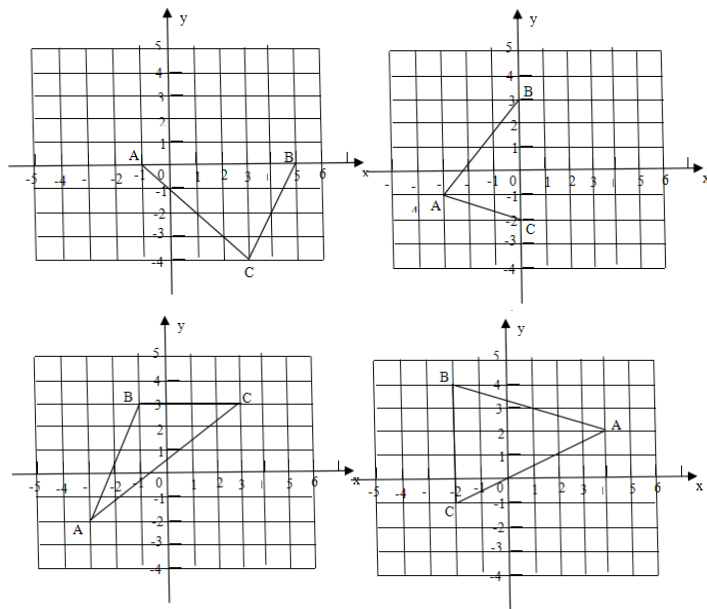
②学生在探究过程中,理解利用坐标求面积割补转化的思维方法。

③学生在探究过程中,感受小组合作中的交流和沟通,体会转化、数形结合、分类讨论的数学思想方法,发展几何直观、推理能力、运算能力等核心素养。

3.4 基于 CTI 模式的教学环节

第一步:创设情境。

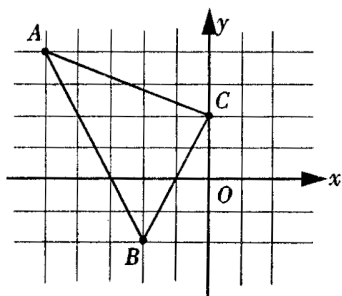
快速说出下面四个三角形的面积。



思考:为什么这四个三角形的面积很快就能算出来?这四个三角形在平面直角坐标系中的位置有什么特点?

第二步:探究与建构。

已知: $A(-5, 4)$ 、 $B(-2, -2)$ 、 $C(0, 2)$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是?



教师提问:这个三角形面积能否像刚才一样直接说出?如何求此三角形的面积?

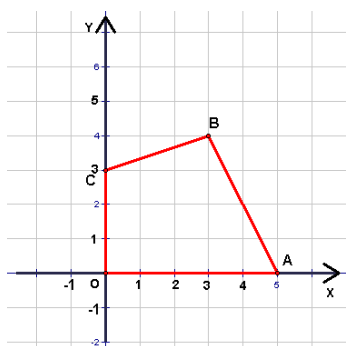
上面的过程是使学生从已有知识出发,在平面直角坐标系中发现易求面积图形的特点,以三角形为例,三角形其中一边在坐标轴上或与坐标轴平行,则面积易求。接着引入新问题, $\triangle ABC$ 面积不能直接说出,是因为每条边均不在坐标轴上或与坐标轴平行,这就需要学生结合已有知识和教师搭的脚手架,将新知与旧知相结合,探究用割补法求面积的知识方法,并初步体会割和补的区别与联系,这便是知识建构的过程。

第三步:知识的理解应用。

下面问题是知识理解应用,考查学生经过数学基本活动经验,对本节课基本知识的理解,基本技能的简单应用情

况,紧扣对学生“四基”和核心素养的培养和考查。

例题 1: 在平面直角坐标系中, 四边形 $OABC$ 的顶点坐标分别为 $O(0, 0)$, $A(5, 0)$, $B(3, 4)$, $C(0, 3)$, 计算这个四边形的面积。



例题 2: 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别是 $A(0, 2)$, $B(2, 0)$, $C(2, 6)$ 。

①在所给的平面直角坐标系 xOy 中画出 $\triangle ABC$, $\triangle ABC$ 的面积为_____。

第四步: 知识的迁移应用。

下面的问题, 首先保持了学生活动经验的连贯性和螺旋上升, 由上一环节的例题 2 延展迁移而来, 是①的变式, 知面积求坐标, 既要进行分类讨论, 又要结合割补法。此环节涉及多种思想方法(类比、转化、分类讨论)的综合应用, 还需要一定的逆向思维, 聚焦于学生“四能”的培养, 助力于核心素养的培养和提升。

例题: 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别是 $A(0, 2)$, $B(2, 0)$, $C(2, 6)$ 。

点 P 在坐标轴上, 将 $\triangle ABC$ 向右平移 1 个单位, 得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 若 $\triangle A_1B_1P$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 面积的一半, 求点 P 的坐标。

第五步: 知识的创新应用。

下面的问题, 由例题 2 进行再次进阶, 将面积问题与动点问题相结合, 但难度没有过大, 在学生的最近发展区中, 此时可以开展一些不同形式的课堂活动, 如小组讨论、小组展示, 教师加以辅助和指导。这一环节引导学生解决较为开放的问题, 培养学生创新意识, 再次夯实核心素养的培养和提升。

例题: 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别是 $A(0, 2)$, $B(2, 0)$, $C(2, 6)$ 。

将 $\triangle ABC$ 向左平移 1 个单位, 再向下平移 1 个单位,

动点 E 从原点 O 出发, 在 y 轴上以每秒 1 个单位长度的速度向下运动, 动点 F 从 $(-8, 0)$ 出发, 以每秒 2 个单位长度的速度向右运动, t 为何值时有 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABF}$? 请直接写出 t 的值。

3.5 总结与反思

3.5.1 问题设计

本节课关注学生实际获得, 关注他们是否将知识进行内化。另外, 应注重知识间的关联性和问题的综合性, 所以要充分利用合作学习, 使学生真正成为课堂探究的主体, 课堂教学追求以学生的学为中心, 不追求以教师讲授为中心; 追求小组合作学习, 不追求简单、单调的课堂问答; 追求由浅到深、由易到难, 由特殊到一般, 不追求就题论题和大题量。

3.5.2 对大单元教学的思考

单元教学是在学科核心素养指引下, 以单元为单位, 整体思考、设计和组织实施的教学, 强调的是整体性, 针对的是碎片化知识点教学, 比如这节课就是将一章里的碎片化知识通过问题串进行了整合。单元教学强调用任务或活动来组织、呈现教学过程, 所以本节课通过合作学习, 体现出了学生学习的自主性、问题的层层递进也体现了对于思维的挑战性和内容之间的进阶性。

3.5.3 几点说明

在进行实际教学操作时, 由于学生的学情不同, 所以可根据学情适当增加或减少问题数量。知识的创新应用环节, 若课上没有时间落实, 可以作为课后拓展作业的一部分。

参考文献:

- [1] 史宁中. 数学基本思想十八讲[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2016.
- [2] 林崇德. 中国学生核心素养研究[J]. 心理与行为研究, 2017(2): 145-154.
- [3] 喻平. 发展学生数学核心素养的一个教学模式建构[J]. 数学通报, 2023, 62(9): 1-11.
- [4] 马莱斯利·P·斯特弗, 杰里·盖尔. 教育中的建构主义[M]. 高文, 徐斌艳, 等译. 上海: 华东师范大学出版社, 2002.
- [5] 林珑, 喻平. 斯腾伯格成功智力理论对中学数学教学的启示[J]. 教育研究与评论(中学教育教学), 2023(3): 20-26.

作者简介: 焦一诺(1991-), 女, 中国北京人, 硕士, 二级教师, 从事初中数学教学研究。