

基于“四能”的初中数学模型构建探究

张宏波

泗洪县衡山路实验学校, 中国·江苏 宿迁 223900

摘要:“建模”是初中数学教学的重头戏, 对于学生学科能力与素养的形成有深远影响。在初中数学教学进程中引入“四能”理念, 让学生在建模进程中明确模型与能力之间的关系, 在拓展能力提升空间的同时, 提高模型的构建效率。可见, “四能”初中数学建模相辅相成, 贴合学生的认知规律。基于此, 论文以初中数学课程知识为背景, 探索了基于“四能”的模型构建策略, 让学生获得认知特征的学习过程。

关键词: 四能; 初中数学; 模型构建

Exploration into the Construction of Junior High School Mathematical Models Based on the “Four Abilities”

Hongbo Zhang

Hengshan Road Experimental School, Sihong County, Suqian, Jiangsu, 223900, China

Abstract: “Modeling” is the highlight of middle school mathematics teaching, which has a profound impact on the formation of students’ subject abilities and literacy. Introducing the concept of “four abilities” into the teaching process of junior high school mathematics allows students to clarify the relationship between models and abilities in the modeling process, expanding the space for ability improvement while improving the efficiency of model construction. It can be seen that the “four abilities” of junior high school mathematics modeling complement each other and conform to students’ cognitive laws. Based on this, the paper explores the model construction strategy based on the “four abilities” with the background of middle school mathematics curriculum knowledge, enabling students to acquire cognitive features in the learning process.

Keywords: four abilities; junior high school mathematics; model building

0 前言

关于“四能”, 就是发现、提出、分析与解决问题的能力。这四项能力与初中数学建模过程关系密切。整合四项能力并形成综合性能力, 进而在初中数学教学中利用模型培养学生的“四能”, 不仅让学生的模型思想更成熟, 也有助于学生能力的全面发展。

1 基于“四能”的初中数学模型构建概述

1.1 初中数学教学中的“建模”概述

在义务教育数学新课标中, 提出了“从数学角度出发, 在不同的情境中发现并提出问题, 借助数学或者其他学科的知识找到分析与解决问题的方式”的要求, 由此引发思考: 何为“能力”? “能力”从何而来?

关于“能力”, 可以归纳为发现问题、提出问题、分析问题与解决问题四个能力点, 整合在一起就是综合性的能力。具体表现为“学生经过深入思考, 能够通过表面现象找到数量或者空间的某种关系, 并在提炼关系中得到问题”, 或者是“借助材料以及已经学过的学科内容, 能够分析并解决问题”。需要明确的是, 此处的“问题”并不局限在数学领域, 还涉及关联学科中的问题。可见, “四能”不仅仅是数学能力, 与现实生活也有密切联系^[1]。

关于“能力从何而来”, 可以认为“建模是能力的重

要来源”。从数学学科的核心素养出发, 很多素养中都蕴含了能力养成的方式, 其中“建模”的综合性和内涵相对突出, 是发展学生数学学科能力的有效途径。关于“数学模型”, 就是能够表征事物特征与数量的模型。或者, 可以将模型看作是一种抽象的、简化的结构, 服务于某种问题的解决过程, 相当于一种简化的数学结构。通过模型, 就能分析得出某一类事物的共性。换言之, 数学模型相当于客观事物发展与变化规律的符号与语言化体现。数学模型的建立方法有很多, 如几何模型、方程模型等。在初中阶段, 数学模型则体现在函数、圆等各类知识的教学过程中。不难看出, 以“四能”为目标培养学生的建模能力, 则能实现模型与能力的互动^[2]。

1.2 “四能”与初中数学模型的关系分析

此前提到数学建模过程具有综合性强、涉及能力点多的特征, 自然而然包含了逻辑推理等数学学科要素, 也能为学习者创设更多分析解决问题的契机^[3]。从宏观角度出发, 通过数学建模过程就能体现“四能”。而“四能”的培养, 能够提升学生的建模效率。

①“建模”与“四能”培养创设空间。如果培养“四能”是目标, 那么学生的建模则是过程。学生亲自经历建模过程, 对于“四能”的养成大有裨益。而且, 学生在建模过程中能够集中注意力, 并感受到数学与生活的密切联系。同时, “四能”中涉及的能力点都融入建模过程中, 而且“四能”中的能力发展整体性较强。

②“四能”能够提升建模效率。“建模”是初中数学教学的关键环节,对于学生学科能力与素养的形成具有深远影响^[4]。教师普遍能认识到建模的重要意义,但是建模练习或多或少有短板,如“为了建模而建模”、过于注重表面等。如果将建模教学有机结合学生的“四能”发展,则能有效串联学生的建模过程以及模型成果,“四能”的发展随之而来。

2 基于“四能”的初中数学模型构建策略

2.1 分析教材内容,明确“四能”背景下的模型教学关键

“一次函数”是初中数学课程的关键内容,也是学生函数学习经历的起点。当学生学习一次函数的图像、性质等内容后,应能在实践中应用一次函数知识解决实际问题,也为后续学习二次函数以及反比例函数奠定基础。“一次函数”安排在八年级。学生此前已经学习了方程、不等式等知识以及用表格和图像表示关系方式,具备函数学习的基础。虽然学生经历了分析问题的过程,但是缺乏函数知识的实践应用经历,问题解决相对困难。

鉴于上述情况,本次教学目标为:在应用一次函数知识解决实际问题的基础上,感受函数模型思想的内涵,还能从文字、图像等不同类型的情景中提取数量关系并表示;借助函数意义、性质等内容,对比分析实际问题。教学的关键点在于“建立一次函数表达式并利用函数性质解决问题”以及“从不同问题背景中提取问题并建立模型”,并通过上述过程,让学生获得“四能”。

2.2 立足于生活实际,让学生主动发现问题

建模教学的起点在于“从生活中发现问题”。初中学生的抽象思维尚不成熟。教师结合学生的认知特征以及知识教学要求合理设计情境,引导学生快速进入课堂学习状态^[5]。学生进入到教师创设的情境并从中发现问题,然后针对生活问题建立模型,进而形成模型意识。若要模型思想成功渗透到数学教学中,并让学生领会模型思想的内涵,教师设计情境时需要结合学生的生活经验、课程内容以及学生的最近发展区,让学生在现有基础上能够有所收获。依托科学合理的情境建构模型。学生基于模型能够发现问题,为提出、分析与解决问题奠定基础。初中学生的思维模式侧重于感性因素,情境的创设则有利于建模思维的形成。以初中数学的函数为例,此部分知识相对抽象,情境的创设很有必要。

在“一次函数与正比例函数”中,教师拿出一个弹簧,并将不同重量的物体依次挂在弹簧上。伴随着挂上的物体质量不断上升,弹簧也越来越长。教师此时让学生思考弹簧长度的影响因素有哪些,不难看出是“物体的质量”。接下来,教师说明“弹簧不挂物体状态下,长度为3cm”。当物体质量增加1kg,弹簧长度增加0.5cm。如果物体质量为2kg,那么弹簧长度是多少,答案是4cm。然后挂重物的质量依次增加1kg,求解每次挂重物后的弹簧长度,学生求解得到4.5cm、5cm、5.5cm。教师提示学生“两者是否具备函数关系”,若具备函数关系,则写出函数关系式,让学生初步认识模型。

紧接着,教师提出“办理手机套餐”的情境,告诉学生可以选择移动、联通或者电信三种方案。其中,移动的月租费为30元,每月流量25兆,流量费用为0.05元/兆;联通月租费为50元,月流量为50兆,流量费用与移动相同;电信的方案是月租费为120元,但是不限流量。问题是“何种方案最优惠”。学生第一反应是“每种方案都不一样”,然后表达自己对“最优惠”的理解,如“省钱”“总费用最少”,并提出了“哪一个方案的总费用最少”的问题。

2.3 根据题目情境,让学生主动提出问题

教师要关注学生在情境中发现并提出问题的过程,鼓励学生深入分析个人发现的问题。通过与同伴的观察、讨论以及个人的归纳整理,能够提出自己的问题。需要注意的是,学生提出的问题未必合理。教师不要有“怕学生犯错”的心理,要相信自己的学生,鼓励学生大胆尝试并提出问题。学生提出的问题,反映了自己的思考成果。学生敢于通过思考与探究提出问题,才能为后续的解决问题与创新打好基础。从函数角度出发,学生根据题目中的条件与数量关系,能够抽象出关系式并提出问题^[6]。

当学生提出“找到费用最少的运营商”的问题后,尝试从“运营商的条件”入手分析问题。题目的关键在于“办卡方式”,那么分析问题时就要找到“选择办卡方式的依据”,进而引出“计算每一种办卡方式需要的钱数”。在教师的引导下,学生开始着手计算每一种方案的钱数。按照方案,办理电信运营商套餐,则不需要计算价格,也就是120元/月,但是移动与联通每月的费用无法直接获取。学生对比分析两类方案,发现差异在于流量,并尝试用一个式子表示移动与联通运营商每月的费用。同时,又有学生提出“可以用未知数表示每个月的流量”。教师在本阶段设计了“问题的突破点是什么”“计算每一类方案需要的话费”“能否直接看出移动与联通运营商每月的费用”“哪些因素会影响费用”“如何表示联通与移动运营商每月的费用”等一系列的问题,让学生在思考中学会发现问题。

2.4 建立模型,奠定分析问题的基础

学生提出问题后抽象出关键变量,依据已知量、未知量以及各个变量之间的关系,用数学符号表示个人的问题,然后建立数学模型。“建模”是初中数学教学模型应用的重中之重,通过建模能够渗透模型思想。以初中阶段的方程模型为例,体现出真实世界的数量关系。运动会中的行程问题、购物中的打折问题,都蕴含的数量关系,也都与方程思想有关。而零部件加工、目标定位等与几何测量有关的问题可以抽象为几何模型。例如,买彩票中奖概率、预测比赛胜负、股市未来走势等问题都具有概率性,应当建立概率模型。初中数学教材中安排了统计知识,而“统计”同样与生活息息相关,此时可以建立统计模型并解决统计问题。其中,函数模型在初中数学中应用最多,原因在于函数涉及动态的运动变化,能够体现事物的数量联系,进而反映某种运动规律。同时,函数也是整个初中数学教学的重难点。若要让学生掌握函数知识,则要在函数建模中多下功夫,要让学生意识到“函数

与生活息息相关”，为学生建立模型并解决问题打下基础。

学生思考并简化“选择运营商”的问题后，假设每个月的流量为 x 兆，并用表格表示自己建立的模型，如表 1 所示。

表 1 流量与费用的模型

运营商	每月费用	
移动	$x \leq 25$	30
	$x > 25$	$y_1 = 30 + 0.05 \times (x - 25) = 0.05x + 28.75$
联通	$x \leq 50$	50
	$x > 50$	$y_2 = 50 + 0.05 \times (x - 50) = 0.05x + 47.5$

还有的学生同样设每月流量为 x ，使用关系式表示流量与费用的关系。部分学生则使用函数图像表示数量关系。无论采用何种方式，都是设每月流量为 x ，移动和联通的费用都为 y_1 和 y_2 。

2.5 求解并模型，迈出解决问题的坚实步伐

建立模型后，紧接着就是运用课程知识求解问题。例如，求解方程模型时利用到等式性质，求解不等式模型时则应用不等式的性质，求解几何模型时需要利用图形性质的知识。那么求解函数模型时，则要理解函数解析式与图像的关系，化简式子并借助学科知识求得结果。

模型的求解并不意味着解决问题，仅仅获得了数学结果。此时，要将结果带入真实的问题情境中检验，才能得知求解是否准确。学生在数学学习中，要将求解的结果带入问题情境与模型之中，才能判断结果是否正确。如果正确，说明模型可行、问题成功解决。如果不准确，则要思考错在何处并调整模型，亦或是提出的问题有不正确之处，需要从头订正。教师要持续跟踪学生，引导学生正视个人问题，保证学生的自信心。同时，要让学生树立严谨的数学学习意识。学生感受到数学学科思维的严密与逻辑性，进而形成良好的学习态度，对于自身的成长大有裨益。

当学生得到模型后，就要开始求解验证模型。教师提出了“ $y_1 = y_2$ ”的假设，让学生计算此时每月的流量。本问题的设计关键在于对比不同的模型以及表示方法，在求解不同模型的同时，尝试解决问题。一名学生指出“此题有两种情况”：分别是“ $0.05x + 28.75 = 50$ ，此时 $x = 425$ ”“ $0.05x + 28.75 = 0.05x + 47.5$ ，但是方程无解”。教师肯定了学生的做法，同时给出了“ $y_1 < y_2$ ”的假设，让学生求解此时每月流量的取值范围。学生列式求出“ $0.05x + 28.75 < 50$ ，此时 $x < 425$ ”。下一种情况是“ $y_1 > y_2$ ”，学生列出了“ $0.05x + 28.75 > 50$ ，此时 $x > 425$ ”。接下来，教师引入电信运营商方案，设 $y_3 = 120$ ，同时 $y_2 = y_3$ ，让学生求解每月的流量。学生计算得出“ $0.05x + 47.5 = 120$ ， $x = 1450$ ”。如果 $y_2 > y_3$ ，那么每月流量的取值范围则是“ $0.05x + 47.5 > 120$ ， $x > 1450$ ”。

事实上，教师提出每一种情况的过程，也是引导学生深入验算的过程。学生建立模型后求解得到答案，需要经过验证才能确定是否正确，才是真正解决问题。而且，学生在验证各类情况的同时，也形成了验证模型的意识，让个人的

问题解决能力更全面。

2.6 应用模型，真正将问题解决能力扎根于心

模型验证通过不代表大功告成。当学生成功解释个人发现的问题后，教师引导学生回顾反思，推动数学模型的内化与吸收过程，夯实学生的问题解决能力。新课标背景下，课程教学不再局限于单个知识点，大单元教学模式受到关注。学生不仅要掌握知识点并解题，还要掌握数学学科的方法、思想以及模型应用的具体要求，进而形成模型思想并加以应用，从而解决更多的问题。

经历了模型的求解与验证之后，学生总结题目的各种情况：“每月流量不足 425 兆时，联通方案更合适；当流量恰好为 425 兆时，联通、移动方案相同；当流量超过 425 兆、但是不足 1450 兆时，移动方案最实惠；当流量超过 1450 兆时，电信方案是最优选”。教师此时提出下列问题：“你如何确定目标任务”“你如何确定题目中已知数量的关系”“你如何分析变量之间的函数关系”。教师设计的问题层次递进，直指“让问题解决能力扎根于心”的导向。按照学生们的回答：“首先按照成本最低的原则明确目标，然后根据各个运营商的收费标准确定数量关系”。然后，师生共同回顾此前利用方程解决问题的经历，并画出“运用一次函数解决问题”的具体思路。

3 基于“四能”的初中数学模型构建总结

在前述的一次函数建模教学中，学生经历了提出问题、分析问题、建立模型、解决问题等多个阶段。在分析问题中做到简化问题，并考虑到不同的情况。教师要保证学生的思考空间，让学生自主建立模型，然后验证模型并解决问题。教师在检验阶段，提醒学生主动联系生活，让学生做到举一反三。

4 结语

综上所述，论文立足于初中数学的“一次函数”知识，探索了建模教学中的“四能”培养策略，为数学学科的建模教学以及“四能”的培养提供一种方案。“四能”贯穿了问题的发现、提出、分析与解决过程，与建模环节高度融合。教师要紧扣“四能”要求，积极探索初中数学模型教学策略，让学生在建模氛围中更好地提升“四能”。

参考文献：

- [1] 王小琪.化繁为简 以简驭繁——初中数学教学中数学模型思想的培养与渗透[J].数理化解题研究,2024(2):44-46.
- [2] 董建兵.从数学语言到数学模型构建:初中数学思维进阶研究[J].教育观察,2023,12(29):115-117+121.
- [3] 李光照.渗透模型思想 优化数学课堂[J].数理化解题研究,2023(23):17-19.
- [4] 刘明鑫.初中生数学模型观念存在的问题及对策研究[D].通辽:内蒙古民族大学,2023.
- [5] 杨翠芹.初中数学教学中模型思想的渗透与培养策略[J].数理天地(初中版),2022(19):78-80.
- [6] 韩占萍.建模思想在初中数学教学中的应用[J].青海教育,2021(Z2):73+75.