

# 单元整体教学背景下“解三角形”高考复习案例研究

潘步升

安康中学高新分校, 中国·陕西 安康 725000

**摘要:** 在单元整体教学背景下, 针对“解三角形”这一高考复习重点, 论文提出了一种综合性的教学方法。该方法通过梳理解三角形的基本概念、定理及公式, 结合例题解析与变式训练, 旨在提升学生的数学核心素养。同时, 通过构建知识体系、强化解题技巧、拓宽解题思路, 有效提升学生的解题能力和数学素养, 为高考备考打下坚实基础。  
**关键词:** 单元整体教学; 解三角形; 高考复习; 数学核心素养

## A Case Study of “Solving Triangles” in College Entrance Examination Review under the Background of Whole Unit Teaching

Busheng Pan

Ankang High School High tech Branch, Ankang, Shaanxi, 725000, China

**Abstract:** In the context of overall unit teaching, this paper proposes a comprehensive teaching method for “solving triangles”, which is a key focus of college entrance examination review. This method aims to enhance students’ mathematical core literacy by understanding the basic concepts, theorems, and formulas of triangles through combing, combined with example analysis and variant training. At the same time, by building a knowledge system, strengthening problem-solving skills, and broadening problem-solving ideas, students’ problem-solving abilities and mathematical literacy can be effectively improved, laying a solid foundation for college entrance examination preparation.

**Keywords:** unit integrated teaching; solving triangles; college entrance examination review; core mathematical literacy

### 0 前言

在教育改革不断深入的背景下, 高中数学教育更加重视对学生数学核心素养以及综合能力的培养。“解三角形”作为高中数学课程中的核心部分, 不仅构成了数学的基础内容, 同时, 也是高考数学考试的关键考察点。单元整体教学情境下如何有效开展“解三角形”复习教学成了高三数学教师的一项重要任务。本研究的目的是探索一种以单元整体教学理念下“解三角形”在高考复习中的教学方法, 希望能给广大一线教师以有益借鉴。

### 1 单元整体教学背景下“解三角形”高考复习的目标

#### 1.1 发展数学思维能力、逻辑推理能力

以单元整体教学为背景, 以“解三角形”为高考复习模块, 以发展学生数学思维能力, 逻辑推理能力为主要目的。解三角形是高中数学中最核心的内容, 它的学习既需要学生熟练掌握正弦定理, 余弦定理以及面积公式的基本知识点, 更为重要的是, 通过这一学习过程锻炼了学生逻辑思维与数学思维能力<sup>[1]</sup>。解三角形复习教学要注意引导学生由特殊和一般, 由简而繁, 由具体而抽象。例如, 通过精心设计一系列从易到难, 逐层深入的例题与习题, 使学生在具体解题过程中逐步获得解三角形的常用方法与技巧。该教学方式既有

利于学生深化知识点, 又可以促使学生养成较为系统和综合的数学思维方式。

发展逻辑推理能力是解三角形复习教学中又一个重要的目的。解题时, 学生需利用已知条件加以推导、概括、总结, 才能获得正确结论, 这一推导过程, 本身也是培养逻辑思维能力。所以, 教师在授课过程中要重视对学生逻辑推理能力的训练, 指导学生学习怎样依据已知条件作出合理推理与判断以获得确切的解答。另外, 为进一步提高学生数学思维能力、逻辑推理能力等, 教师也可运用各种教学方法与途径。同时, 教师还可以利用信息技术手段, 如多媒体教学、网络课堂等, 为学生提供更加丰富、生动的学习资源, 帮助学生更好地理解和掌握解三角形的相关知识。

#### 1.2 增强数学应用能力

以单元整体为教学背景, 高考“解三角形”复习教学也承担着提升学生数学应用能力这一使命。所谓数学应用能力, 就是学生把已学过的数学知识、方法、技巧运用到实际问题中去。解三角形是数学应用中的一个重要方面, 它的复习教学对学生数学应用能力的提升有着重要的意义。

解三角形复习教学要重视对学生数学建模能力的训练。数学建模就是把实际问题抽象成数学问题, 并对其进行解决, 在解答三角形复习时, 教师可通过介绍一些和现实生活紧密相关的真实问题, 指导学生利用正弦定理和余弦定理这两个知识点建模解答, 该教学方式在帮助学生深化知识点理

解的同时,也培养了数学建模的能力,让学生可以更好的运用数学知识来解决实际问题。

在解三角形复习教学中也重视对学生计算能力与解题技巧的训练。解题时要求学生应用已学数学知识与方法去计算推导。所以,在教学过程中,教师要重视对学生计算能力的培养,让学生能准确而又迅速的完成计算任务。与此同时,教师还应该指导学生们掌握一些行之有效的解题技巧与方法,如运用特殊值法、数形结合法等,以帮助学生们更有效率地解答复杂问题。另外,为促进学生数学应用能力的发展,教师也可采取具体的措施。例如,通过设计几个与现实生活联系紧密的应用题目等,使学生能够在解决实际问题时感受到数学所蕴含的魅力与价值,通过举办一些数学竞赛或者是实践活动来调动学生学习的兴趣与积极性,发展学生创新精神与实践能力,深化与其他学科的互动和整合,可以扩大学生的知识范围和思考深度,使学生在处理跨学科问题时更为得心应手。

总之,在单元整体教学语境中,“解三角形”高考复习的教学目标有两方面:第一,发展数学思维能力与逻辑推理能力。第二,提升数学应用能力。这两方面目的的达成,既有利于学生较好地掌握解三角形知识,又可以为其今后的发展奠定扎实的基础。

## 2 单元整体教学背景下“解三角形”高考复习案例

### 2.1 对基础知识进行梳理

以单元整体教学为背景,高考“解三角形”复习教学有必要先对基础知识进行系统梳理。这一步是建构知识框架,夯实学生基础至关重要的一步。通过梳理使学生对解三角形过程中涉及的基本概念、定理和公式以及它们之间的关系有一个清楚的认识,从而为后继学习奠定扎实的基础<sup>[1]</sup>。

教师可通过思维导图或者知识树等方式直观展示解三角形基本知识。例如,以“解三角形”为主线,向外辐射正弦定理、余弦定理和面积公式等重点知识点,每一个知识点下面都标有它们的定义、性质、适用条件和注意要点。这种呈现方式既有利于学生对整体知识体系的宏观掌握,又有利于学生对各知识点内涵与外延的微观深刻理解。与此同时,教师在对基础知识进行梳理时,要注意和学生进行互动交流。学生可以通过提出问题、参与讨论等途径,来评估自己对各个知识点的掌握水平,以便及时识别并解决学生在学习旅程中可能遇到的困惑和难题。例如,在讲解正弦定理时,教师可以先提问学生:“正弦定理有哪些计算公式?其适用的条件是什么?”再根据学生的答案加以补充说明,以保证每一个同学对该知识点有一个准确的认识和把握。

用正弦定理举例,教师可先出示正弦定理公式,解释其中各符号的含义( $a$ 、 $b$ 、 $c$ 是三角形的三条边, $A$ 、 $B$ 、 $C$ 是相对应的三个角, $R$ 是外接圆半径)。然后,教师可举出

一些具体实例,让学生试图用正弦定理来解决三角形边长或者角的问题。学生通过实际操作能够对正弦定理运用的方法与技巧有更深入的认识。

### 2.2 例题解析

梳理基础知识之后,例题解析对巩固加深学生的理解至关重要。通过对有代表性例题的解析,教师能够帮助学生掌握解三角形这一解题思路与方法,增强其解题能力与应试技巧<sup>[1]</sup>。教师要认真选择几个有代表性的实例,它们要涉及解三角形时的方方面面,如知道两边和夹角就得到第三面,知道三面就得到每个角。解析例题时,教师要注意分析题目的条件与要求,带领学生寻找解题突破口与关键点。与此同时,教师也应该重视解题过程中的规范性与逻辑性,以保证学生对每一步推理与计算过程都能有一个明确的认识。另外,教师在例题解析时也可利用各种手段。比如可利用板书演示,把解题过程逐步呈现在学生面前,还可通过小组讨论等形式,由学生分小组探讨解题思路与办法,再派出代表报告交流。这种教学方式既能够激发学生学习的兴趣与热情,又能够培养学生合作精神与团队意识。

例如:在一个三角形结构里,我们知道角  $A$  是  $60^\circ$ , 角  $B$  是  $45^\circ$ , 而边  $AB$  是  $2$ , 我们需要计算边  $BC$  的长度。  
解:根据正弦定理,有  $AB/\sin(180-45-60)=BC/\sin45$ 。  
即:

$$\begin{aligned} BC &= AB/\sin45 \times \sin(180-45-60) \\ &= 2/\sin45 \times \sin75 \\ &= 2/\sin45 \times (\sin30+\cos30) \\ &= 1+\sqrt{3} \end{aligned}$$

答:边  $BC$  长  $1+\sqrt{3}$ 。

经过这一解析过程后,学生就能明显看出怎样用余弦定理、正弦定理来解决三角形边长、角度等问题。

### 2.3 变式训练

变式训练对“解三角形”高考复习起关键作用,它既是学生已学内容的巩固与加深,也是培养学生灵活应用知识和解决复杂问题能力的一种重要手段。教师通过多样化变式题目的设计,能够引导学生对题目进行不同视角,不同层次的考察与认识,进而开阔其解题思路并提升解题效率。教师进行变式训练时,要注意主题的多样性与层次性。一方面,可设计出一些类似于原问题而条件稍有改变的问题,使学生能从自己熟悉的情境中发现解决问题的新策略;另一方面,还可设计一些较有挑战性的问题,如引入几个未知量、加入限制条件等,强迫学生从思维定势中跳出来,寻求解决问题的创新途径。另外,教师也可鼓励学生进行一题多解的尝试,并通过对比各种解法的优缺点来培养学生优化意识与批判性思维。

以“解三角形”中的一道经典题目为例,原题为:“在  $\triangle ABC$  中,已知  $a=5$ ,  $b=6$ ,  $C=60^\circ$ , 求  $c$  及  $\sin A$ 。”在变式训练中,可以将其改为:“在  $\triangle ABC$  中,已知  $a=5$ ,

$b=6$ , 且三角形的外接圆半径为  $R$ , 求  $c$  及  $\sin A$  (用  $R$  表示)。”这类变式题目既要学生熟练掌握正弦定理及余弦定理在解题中的运用, 又要学生了解外接圆半径及三角形边长, 角度等物理量间的联系, 使问题难度加大, 综合性增强。

## 2.4 建构知识体系

以“解三角形”为目标构建知识体系是单元整体教学语境中高考复习的篇章。知识体系并不只是简单地列出知识点, 而是要深入地发掘与融合知识之间的内在联系。通过知识体系的构建, 使学生对“解三角形”知识有了更系统的了解与掌握, 增强了解题灵活性与准确性。构建知识体系, 首先要理清核心知识点。“解三角形”一章的核心知识点有三角形的特征, 正弦定理, 余弦定理和面积公式, 这几个知识点是解决问题的依据和构建知识体系的线索。

下面, 我们就正弦定理为例, 通过例题分析来演示怎样把这些核心知识点纳入知识体系。

例题: 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $a=3$ ,  $b=4$ ,  $C=60^\circ$ , 求  $c$ 。

分析: 这是一个典型应用正弦定理求三角形边长, 复习正弦定理内容:  $ABC$  任意三角形的边长  $a$ 、 $b$ 、 $c$  等于相应角度  $A$ 、 $B$ 、 $C$  正弦值的比值,  $a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C$ 。

基于题目的已知条件, 要将正弦定理转换为  $c$  的解决方程:  $c = b \times \sin C / \sin B$ 。鉴于题目里没有明确指出角  $B$  的具体尺寸, 我们首先需要借助三角形的内角和  $180^\circ$  的特性来确定角  $B$ , 也就是  $B=180^\circ-A-C$ 。再用正弦函数求  $\sin B$ 。

把已知的条件代入式中得  $c=4 \times \sin 60^\circ \cdot \sin B$ 。由计算可得  $c$  之数值。

通过这个例题, 我们可以看到, 在解题过程中, 我们不仅运用了正弦定理这一核心知识点, 还涉及了三角形的性质(三角形内角和为  $180^\circ$ ) 和正弦函数的相关知识。这是知识体系的魅力所在, 使我们可以把每个知识点串连在一起, 从而构成一条完整的解题思路。

构建知识体系时也要注意知识点的内在联系与逻辑顺序, 在引入正弦定理后, 可进一步引入余弦定理来引导学生考虑正弦定理与余弦定理的联系与区别。从而使同学们对两个定理有一个更深刻的认识, 学会在处理实际问题时灵活应用。与此同时, 还要经过多次实践与反馈, 才能使知识体系得到巩固与提高。练习是考查学生掌握知识点程度的一个重要途径, 是提升学生解题能力与思维品质的一种有效手段。教师在实践过程中可根据学生成绩及时反馈并加以引导, 以帮助学生改正错误, 取长补短, 使知识体系更加完善。

## 2.5 课堂互动和讨论

在高考复习“解三角形”时, 课堂互动和讨论必不可少, 既能激发学生学习的兴趣与热情, 又能增进师生间的沟通与交流, 有利于学生在学习过程中及时发现问题并加以解决。通过课堂上的互动和探讨, 能够让学生对所学内容有更深刻的了解, 增强学习效果。教师在课堂互动讨论时, 可采取多种形式、多种策略激发学生学习兴趣、提高学生参与度。例

如, 可设计富有启发性的题目或实例, 促进学生讨论、思考, 还可组织学生开展小组合作学习, 使学生在合作的过程中互相激励, 共同进步。另外, 教师也可鼓励学生自己质疑、发表看法, 并与学生深入交流讨论。通过这一互动过程能够使学生更积极地投入学习中去, 增强学习效果与学习兴趣。

设  $\triangle ABC$  的内角  $A$ ,  $B$ ,  $C$  所对的边长分别为  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , 且  $\cos B=3/5$ ,  $b \sin A=4$ 。

(I) 求边长  $a$ ;

(II) 若  $\triangle ABC$  的面积  $S=10$ , 求  $\triangle ABC$  的周长  $l$ 。

(I) 由图及已知作  $CD$  垂直于  $AB$ , 在直角三角形  $BDC$  中求  $BC$  的长。

(II) 由面积公式解出边长  $c$ , 再由余弦定理解出边长  $b$ , 求三边的和即周长。

(I) 过  $C$  作  $CD \perp AB$  于  $D$ , 则由  $CD=b \sin A=4$ ,  $BD=\cos B=3/5$ 。

$\therefore$  在  $Rt \triangle BCD$  中,  $a=BC=BD^2+CD^2=5$ 。

(II) 由面积公式得  $S=[1/2] \times AB \times CD=[1/2] \times AB \times 4=10$  得  $AB=5$ 。

又  $\cos B=3/5$ , 得  $\cos B=[3/5]$ 。

由余弦定理得:  $b^2=a^2+c^2-2accosB=25+25-2 \times 5 \times 5 \times 3/5=25$ 。

$\triangle ABC$  的周长  $l=5+5+25=35$ 。

## 2.6 定期进行检测和反馈

“解三角形”高考复习过程中, 经常性的检测和反馈是保证学生不断进步和学习策略适时调整的关键环节。这一环节既是学生阶段性学习结果的有效测试, 也是教师把握学生学习状况和优化教学方案的一个重要基础。通过经常性的测试和反馈, 可以使学生对“解三角形”知识模块的优缺点有一个明确的了解, 以便有的放矢地强化薄弱环节, 促进总体学习效果。

检测内容要全面涵盖“解三角形”这一重要知识点及其解题技巧, 其中有但不仅限于正弦定理、余弦定理、面积公式、解三角形步骤, 还包括常见题型与解法。为保证测试的全面性与有效性, 教师可将历年高考真题, 模拟试题与自编题目相结合, 设计出结构合理, 难易适度的测试试卷。同时, 检测形式要多样化, 可采用闭卷考试、开放性解题竞赛、小组讨论等方式, 激发学生学习兴趣, 提高参与度。在检测过程中, 教师要对检测的时间进行严格控制, 保证学生能够按规定的时间内完成检测的任务。此外, 教师还应营造一个安静、严肃的检测环境, 让学生以最佳状态投入检测中。检测之后, 教师要及时搜集试卷、批改、统计, 以备随后反馈。

反馈在检测工作中起着举足轻重的作用, 直接影响着学生是否能真正获益于检测, 所以教师要保证反馈及时准确。批改试卷时, 教师要尽快梳理学生成绩分布情况, 错题类型和成因, 以便后续反馈。教师在进行反馈时, 应该注意以下几个方面: 第一, 对学生成绩与表现进行客观、公正的评价, 既要对学生的进步与优势给予肯定, 又要对其中的问

题与不足予以指出；第二，对学生错题做细致解析与说明，帮学生查找错因、改错；第三，要结合学生实际情况，提出改进的具体意见及学习策略，以帮助学生制定合理的学习计划及学习目标。另外，教师也要鼓励学生积极参与反馈的过程。例如，可组织学生分享、讨论错题，使学生能总结出同伴错题的教训；还能使学生自我反思总结学习情况，发现不足，制定改进措施。

### 3 结语

综上所述，以单元整体教学为框架，对于“解三角形”这一高考复习要点，应秉持全面系统透彻的教学理念，它不仅重视基础知识的夯实，更重视解题技巧与思维能力训练。

通过精心设计教学内容，灵活多变的教学方法，积极活跃课堂氛围等手段，既可以帮助学生获得解三角形这一核心知识与技能，更能激发其数学学习兴趣、发展数学素养与综合能力。

### 参考文献：

- [1] 孙玉秀.浅谈如何构建高中数学高效课堂复习课的新模式[J].新课程,2020(46):208.
- [2] 单长松.高中数学高考复习课教学的实效性研究[J].高考,2024(20):30-33.
- [3] 王智星.问题解决模式下高中数学复习课教学——以“直线与方程”复习课为例[J].数理化解题研究,2024(12):35-37.