

材料力学中应力集中现象的可视化教学及应用

童伟¹ 梁莉²

1. 安徽理工大学 力学与光电物理学院, 中国·安徽 淮南 232001

2. 中国科学技术大学 工程科学学院, 中国·安徽 合肥 230026

摘要: 材料力学课程因偏重理论分析和公式推导而致使教学上难以调动学生积极性, 因此论文主张将有限元数值模拟技术引入材料力学教学中, 从而丰富教学手段, 激发学习兴趣。论文以应力集中现象为案例进行探讨和分析, 利用有限元数值模拟技术可视化地再现空心轴模型在三种载荷工况下的应力分布规律, 并详细分析了两轴过渡区域的应力集中现象, 探讨了载荷类型对应力集中系数的影响。实际课堂教学表明基于有限元手段的可视化教学具有极好的效果。

关键词: 材料力学; 应力集中; 有限元模拟; 教学效果

Visual Teaching and Application about Stress Concentration Phenomenon in Materials Mechanics

Wei Tong¹ Li Liang²

1. School of Mechanics and Optoelectronics Physics, Anhui University of Science and Technology, Huainan, Anhui, 232001, China

2. School of Engineering Science, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui, 230026, China

Abstract: Because the mechanics of materials course focuses on theoretical analysis and formula derivation, it is difficult to mobilize students' enthusiasm in teaching. Therefore, this paper advocates introducing finite element numerical simulation technology into the teaching of materials mechanics to enrich teaching methods and stimulate learning interest. This paper uses the stress concentration phenomenon as a case to discuss and analyze, using finite element numerical simulation technology to visually reproduce the stress distribution rules of the hollow shaft model under three load conditions, and analyzes the stress concentration phenomenon in the transition area of the two axes in detail. Then, the influence of load type on stress concentration coefficient is explained. Classroom teaching shows that visual teaching based on finite element methods has excellent effects.

Keywords: materials mechanics; stress concentration; finite element numerical simulation; teaching effect

0 前言

材料力学是研究变形体在各种力和力矩作用下所产生的应力和应变, 以及刚度和强度等问题的一门学科, 且是为设计工程实际构件提供必要理论基础的重要技术基础课程^[1]。目前, 该课程的体系相对完备和稳定, 课程内容多偏重理论分析和公式推导。然而, 随着教学学时的不断压缩, 教学内容大多以套用公式对简化力学模型进行力学方面计算为主, 缺乏对相关概念和公式含义的基本理解, 且难以联系工程实际中较为复杂的力学模型问题^[2]。因此, 大多学生只能简单机械的记忆公式、套用公式, 无法灵活运用所学知识解决实际问题。为解决上述教学困难, 需在不影响正常教学内容的前提下不断革新教学手段。例如, 可利用有限元数值模拟技术向学生展示实际复杂工况下的力学模型及分析结论, 并与课本中的简化模型进行分析对比。这样既能充分调动学生的积极性, 又能培养学生解决实际问题的思维^[3]。

论文将从材料力学中的应力集中现象入手, 探讨有限元数值模拟在应力集中上的应用和分析。应力集中是工程实际中普遍存在, 也是工业设计中需重点考虑的一种力学现

象。它是指受力物体因自身几何不连续(如形状和尺寸的突变)而导致局部应力场强度显著提升的现象。目前, 多数学生对此认识较为模糊, 仅能通过课本上的概念和公式进行简单理解, 难以与实际工程问题相对应, 缺乏直观和感性地认识。此外, 不同载荷工况下的应力集中现象及相关系数的定义在现有教材中均未被详细提及^[4,5]。

为此, 论文将利用有限软件模拟三种载荷工况(轴向拉伸、扭转和弯曲)下轴与轴之间过渡区域的应力集中情况, 并计算出对应的应力集中系数。

1 模型建立

论文建立的空心轴三维几何模型如图 1(a)所示, 即由图 1(b)中的二维图形绕 Z 轴旋转而来。大轴直径与小轴直径之间为 2mm 的倒圆角, 这使得较厚部分与较薄部分之间的过渡更平滑。其余相关的几何参数及材料属性见表 1 所示。

表 1 相关几何参数及材料属性

模型参数	取值	单位
L_1	18	mm
L_2	50	mm
R_1	12	mm
R_2	5	mm
r_0	2	mm
杨氏模量 E	200	GPa
泊松比 ν	0.3	1
质量密度 ρ	7850	kg/m ³
小轴横截面积 $A = \pi(R_2^2 - r_0^2)$	65.97 439.82	mm ²
小轴极惯性矩 $I_p = 0.5\pi(R_2^4 - r_0^4)$	956.61 32546	mm ⁴
小轴面积惯性矩 $I_y = 0.25\pi(R_2^4 - r_0^4)$	478.31	mm ⁴

表 2 载荷参数

载荷类型	取值	单位
轴向拉力 F_N	659.73	N
扭转外力偶矩 T	2.4504	N·m
弯曲外力偶矩 M	21.112	N·m

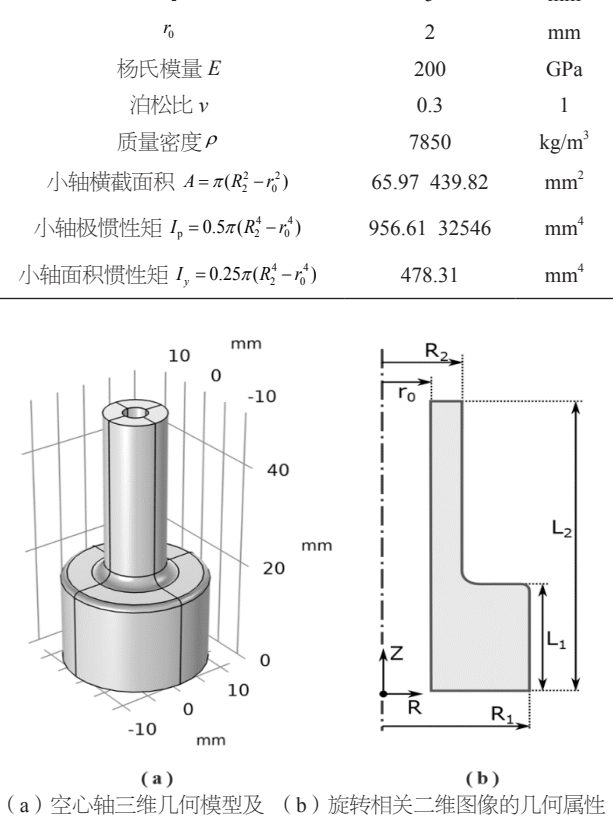


图 1 模型

所建模型中，较宽的轴端（底部）固定，较窄的轴端（顶部）被施加相应载荷。论文共涉及三种不同载荷工况下的变形，即轴向力 F_N 引起的拉伸变形、作用面垂直于轴线的外力偶矩 T 引起的扭转变形和作用面平行于轴线的外力偶矩 M 引起的弯曲变形，具体载荷大小如表 2 所示。使用四边形网格单元对该空心轴模型进行网格划分，且对过渡区域进行加密处理。本模型共包含 14952 个四边形网格单元，其中边界单元数共 3558 个，如图 2 所示。

2 结果与分析

2.1 三种载荷工况下的应力分布

图 3 显示了空心轴模型在轴向拉伸载荷 F_N 作用下的正应力 σ_z 分布情况。模拟结果表明，小轴的平均拉应力在 10MPa 左右，大轴的平均拉应力在 1.5MPa 左右。而在两轴的圆角过渡区域，存在明显的应力梯度分布（如剖面图所示），即越靠近圆角过渡区域，拉应力数值越大。该空心轴在 $z=20\text{mm}$ 时存在最大拉应力， $\sigma_{z,\max} = 16.6 \text{ MPa}$ 。由此可见，两构件间即使通过圆角过渡，仍存在较为严重的应力集中现象，这与课程中的相关内容非常接近。

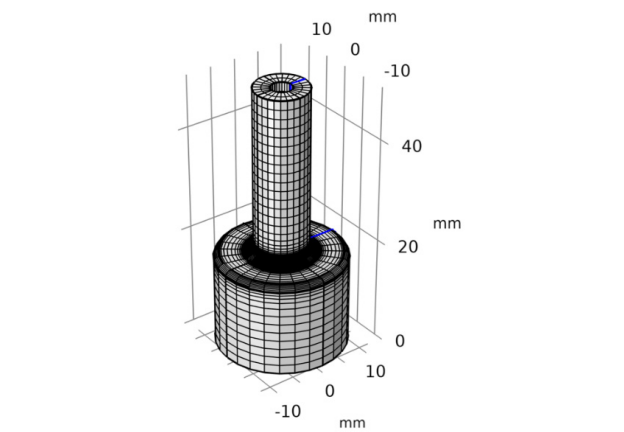


图 2 空心轴三维几何模型网格划分

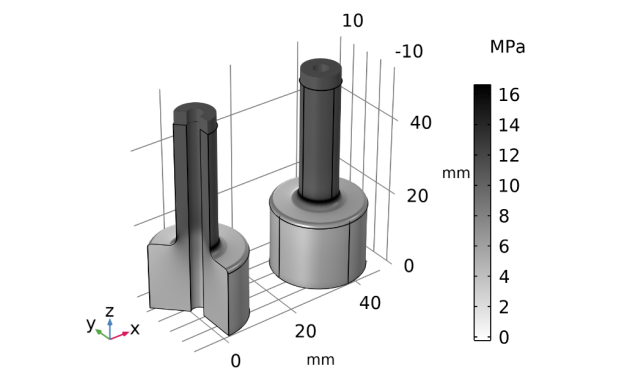


图 3 轴向拉伸载荷 F_N 下的正应力 σ_z 分布图

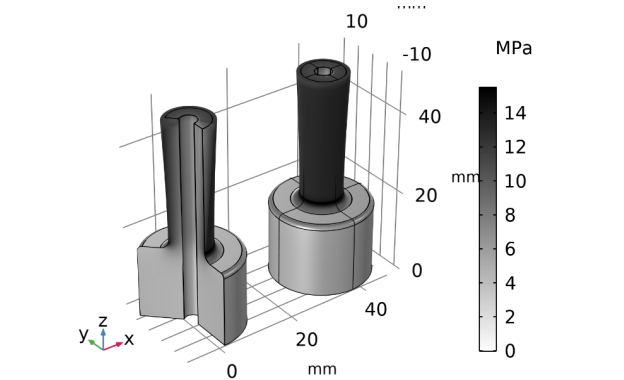


图 4 扭转外力偶矩 T 下的切应力 τ 分布图

图 4 显示了空心轴模型在扭转外力偶矩 T 作用下的切应力 τ 分布情况。由图可见，大轴的表面切应力仅约 1MPa 左右，小轴横截面上的切应力随半径的增加而逐渐增加，这与课程中提到的扭转切应力随半径呈线性增加的趋势完全相同。因此，在小轴的外表面存在较大的切应力，约为

12.8MPa 左右。但在两轴过渡区域, 存在明显的应力集中现象, 即 $z=20\text{mm}$ 时存在最大切应力, $\tau_{\max}=15.5\text{MPa}$ 。

空心轴模型在弯曲外力偶矩 M 作用下可近似认为是纯弯曲, 因此只存在正应力而无切应力。图 5 显示了该模型在纯弯曲下的正应力分布情况。由图可见, 在两轴的圆角过渡区域, 存在较为严重的应力集中现象, 最大正应力同样在 $z=20\text{mm}$ 处, 约为 $\sigma_{y,\max}=320.4\text{MPa}$ 。为进一步清晰地显示不同载荷工况下的应力集中现象, 沿空心轴外表面迹线 (从小轴, 到倒圆角, 再到大轴的路径) 提取出各点的应力大小 (轴向拉伸时的正应力, 扭转变形时的切应力以及弯曲变形时的正应力), 并显示于图 6 中。由图可见, 三种载荷工况下, 该空心轴模型均在圆角过渡区域存在明显的应力峰值, 即严重的应力集中现象。对于拉伸和扭转, 在超出圆角过渡区域范围之后, 应力值基本相同, 没有明显变化。而弯曲变形时, 从小轴加载端到接近圆角过渡端, 应力数值缓慢增加, 而在到达圆角过渡区域后, 应力数值快速上升, 从而表明尺寸变化导致明显的应力集中。

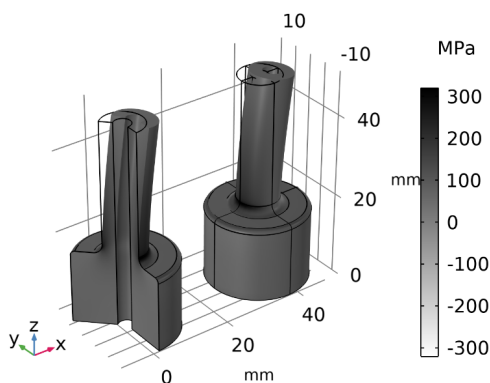


图 5 扭转外力偶矩 M 下的正应力 σ 分布图

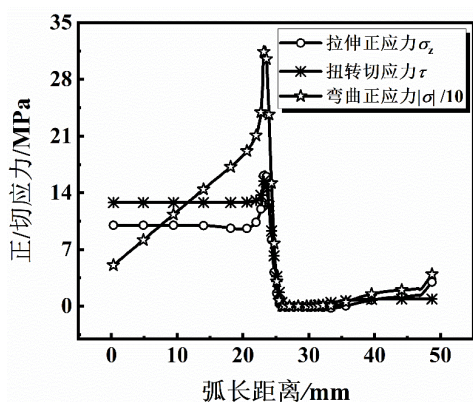


图 6 三种载荷工况下沿空心轴外表面迹线提取出的应力分布曲线

2.2 应力集中系数

在材料力学中, 通常使用“几何应力集中系数 K ”来反映局部应力的增高程度, 其一般为与应力场受干扰区域的实际最大应力 $\sigma_{\max}$ 与不考虑应力集中时的应力 (标称应力)

σ_{nom} 间的比值, 即^[6]:

$$K = \sigma_{\max} / \sigma_{\text{nom}} \quad (1)$$

应力集中系数恒大于 1, 且与载荷的大小无关。为判定何种载荷类型下更容易引起构件局部应力值的增高, 针对上述三种载荷工况对本模型中的应力集中系数进行数值计算。

标称应力 σ_{nom} 可根据材料力学课程中的基本理论进行计算。轴向拉伸时, 理论拉伸正应力 $\sigma_{z,\text{nom}}$ 为轴力 F_z 与横截面 A 间的比值, 即:

$$\sigma_{z,\text{nom}} = \frac{F_z}{A}, \quad A = \pi(R_2^2 - r_0^2) \quad (2)$$

扭转变形时, 理论扭转最大切应力 $\tau_{z,\text{nom}}$ 为扭矩 M_t 和外径 R_2 的积与极惯性矩 I_p 间的比值, 即:

$$\tau_{z,\text{nom}} = \frac{M_t R_2}{I_p}, \quad I_p = \frac{\pi}{2}(R_2^4 - r_0^4) \quad (3)$$

弯曲变形时, 理论弯曲最大正应力 $\sigma_{y,\text{nom}}$ 为弯矩 M_b 和外径 R_2 的积与面积惯性矩 I_y 间的比值, 即:

$$\sigma_{y,\text{nom}} = \frac{M_b R_2}{I_y}, \quad I_y = \frac{\pi}{4}(R_2^4 - r_0^4) \quad (4)$$

因此, 三种载荷工况下的应力集中系数分别为^[7]:

$$\text{轴向拉伸: } K_a = \frac{\max(\sigma_z)}{\sigma_{z,\text{nom}}} = \frac{\max(\sigma_z)}{F_z / A} \quad (5)$$

$$\text{扭转变形: } K_t = \frac{\max(\tau)}{\tau_{z,\text{nom}}} = \frac{\max(\sigma_z)}{M_t R_2 / I_p} \quad (6)$$

$$\text{弯曲变形: } K_b = \frac{\max(\sigma)}{\sigma_{y,\text{nom}}} = \frac{\max(\sigma)}{M_b R_2 / I_y} \quad (7)$$

代入相关数值, 计算得出: 上述模型中, 轴向拉伸、扭转和弯曲变形所产生的应力集中系数分别为 1.668、1.213 和 1.449。由此可见, 不同类型载荷, 其应力集中系数并不相同, 其中轴向延伸产生的应力集中系数最高, 其次是弯曲和扭转。因此, 拉伸载荷更容易使构件在尺寸变化处产生明显增高的应力。

2.3 课堂教学效果分析

为验证用上述可视化教学分析方法讲授应力集中的课堂效果, 将上述空心轴案例的有限元分析用于该知识点的课堂教学上。由于有限元数值模拟技术可将抽象的数据转化为形象生动的图形, 因此教师在课堂讲授的过程中, 使用该技术易于给学生讲解的更加形象直观、通俗易懂, 同时使该理论的基本思想表达更加清晰, 从而有助于提高学生的分析思维能力, 增强学生的结构感性认识和较强的结构分析能力^[8]。

材料力学本身较为抽象、理论性强, 往往需要进行复杂的数学推导和几何分析。若授课中只限于纯粹的知识灌输和公式推导, 那么学生学习起来较为困难, 需要投入过多的精力去理解烦琐、机械的数学计算, 而不能理解公式背后深层次的含义和工程实际应用。通过有限元数值模拟分析, 将原来枯燥乏味的力学概念和理论转化为直观形象的图形, 具有视觉冲击效果。此外, 有限元分析可多次重复进行, 可

模拟实验中难以实现的一些条件,因此具有实验所没有的优势。

3 结论

论文分析了材料力学教学过程中的基本问题,提出可视化教学方法,以应力集中现象进行了可视化讲授分析。通过有限元数值模拟技术模拟分析了空心轴模型在轴向拉伸、扭转和弯曲三种载荷工况下的正 / 切应力分布规律,主要结论如下:

①三种载荷工况下,空心轴圆角过渡区域均存在明显的应力集中现象,且局部增高的应力值随与峰值应力点的间距的增加而迅速衰减。

②不同类型载荷,其应力集中系数并不相同,其中轴向延伸产生的应力集中系数最高,其次是弯曲和扭转。

③有限元模拟手段可将烦琐的力学概念和理论转化为直观形象的图形,从而有助于提高学生的分析思维能力。

参考文献:

[1] 李霄琳,周立明,于莉,等.注重基础、立足工程、强化实践、融入模拟、激励创新——材料力学教学改革探索[J].力学与实践,2024,46(1):179-187.

- [2] 钱秀清,闫松华,宋红芳,等.有限元方法在少学时材料力学教学中的应用[J].科技创新导报,2012(2):175-176.
- [3] 韦成龙,李学罡,徐飞鸿,等.材料力学教学体系改革的研究与实践[J].中国高教研究,2001(4):59-60.
- [4] 张洪伟,席军,许月梅,等.有限元数值模拟技术在材料力学教学中的应用探讨[J].化工高等教育,2016,33(2):80-86.
- [5] 刘斌.ANSYS软件在材料力学课程辅助教学中的应用[J].山东工业技术,2015(16):198-199.
- [6] 陈建斌,于家祥,杨东.Ti6Al4V钛合金周铣加工表面应力集中系数预测研究[J].工具技术,2024,58(3):106-110.
- [7] 王奇志.求解应力集中系数的材料力学方法[J].力学与实践,2001(5):60-62.
- [8] 杨宇鑫,尚志勇,纪锋,等.基于有限元分析的《材料力学》课程混合式教学改革与实践[J].山西青年,2023(24):43-45.

作者简介:童伟(1993-),男,中国安徽合肥人,博士,讲师,从事金属材料力学及表征方面的研究。

基金项目:安徽省教育厅重点项目:3D打印镍基高温合金异质材料焊接组装技术研究(项目编号:2023AH051230)。