2024 年高考数学甲卷解析几何题解法探究与教学反思

戴磊[1] 许念乐[1,2]
1. 渭南师范学院数学与统计学院，中国·陕西 渭南 714099
2. 陕西理工大学数学与计算机学院，中国·陕西 汉中 723000

摘 要：解析几何作为高中数学的重要组成部分，不仅在课程体系中占据核心地位，也是高考数学的必考内容之一，旨在培养学生数形结合、逻辑推理和数学建模的能力。学生在学习过程中常面临概念抽象、公式应用困难等问题，而教师则需通过多样化的教学策略，如图形化教学、小组合作等方式提升教学效果。论文以 2024 年高考数学甲卷第 21 题为例，从学生与教师两个角度出发，分析解题思路，探讨试题本质，反思课堂教学，旨在为教学实践提供参考与改进方向。

关键词：圆锥曲线；点韦法；调和点列

Exploration and Teaching Reflection on the Method of Solving Analytical Geometry Problems in the 2024 College Entrance Examination Mathematics Paper A

Lei Dai[1] Nianle Xu[1,2]
1. School of Mathematics and Statistics, Weinan Normal University, Weinan, Shaanxi, 714099, China
2. School of Mathematics and Computer Science, Shaanxi University of Technology, Hanzhong, Shaanxi, 723000, China

Abstract: Analytic geometry, as an essential component of high school mathematics, occupies a central position in the curriculum and is a mandatory topic in the National College Entrance Examination (Gaokao) Mathematics. It aims to cultivate students' abilities in combining numerical and geometric reasoning, logical deduction, and mathematical modeling. During their learning process, students often encounter challenges such as abstract concepts and difficulties in applying formulas, while teachers need to employ diverse pedagogical strategies—such as visual-based teaching methods and group collaboration—to enhance teaching effectiveness. This paper takes the 21st question from the 2024 Gaokao Mathematics Paper A as a case study. From both student and teacher perspectives, it analyzes problem-solving approaches, explores the essence of the question, and reflects on classroom teaching practices. The study seeks to provide references and improvement directions for pedagogical implementation, offering insights for educational practice.

Keywords: conic sections; point-verification method; harmonic point sequence

0 前言

《普通高中数学课程标准（2017 年版 2020 年修订）》给出了解析几何单元的学业要求是“能够掌握平面解析几何解决问题的基本过程：根据具体问题情景的特点，建立平面直角坐标系；根据几何问题和图形特点，用代数语言将几何问题转化成代数问题；根据几何问题（图形）的分析，探索解决问题的思路；运用代数方法得到结论；给出代数结论合理的几何解释，解决几何问题[1]。”为了落实好课标要求，教师在实际教学中就需要，注重数形结合，引导直观想象，拓宽解题思路，培养发散思维，领悟试题本质，强化通性通法，优化代数运算，聚焦核心素养，培养关键能力。论文通过对 2024 年高考数学甲卷解析几何的多方法解答与探究，还原本质，反思解析几何教学。

1 试题呈现

例：（2024 年高考数学全国甲卷第 21 题）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F，点 $M\left(1,\frac{3}{2}\right)$ 在椭圆上，且 $MF\perp x$ 轴。

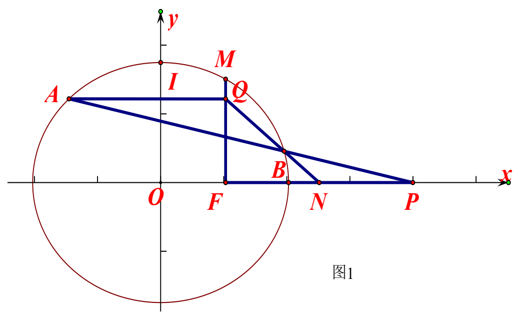

图1

①求椭圆 C 的方程；

② $P(4,0)$，过 P 的直线与椭圆 C 交于 A，B 两点，N 为 FP 的中点，直线 NB 与 MF 交于 Q，证明：$AQ\perp y$ 轴。

2 解法探究

2.1 学生角度

首先结合平时教学经验及对学生的了解，站在学生的角度，思考本题在高考考场上，学生该如何进行解答。

①如图 1 因为 $M\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$，且 $MF\perp x$ 轴，所以右焦点 F 的坐标为 (1,0)，可知半焦距。由于 $a^2=b^2+c^2$，点 $M\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$ 在椭圆上，得到方程组 $\begin{cases}a^2=b^2+1\\ \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{9}{4b^2}=1\end{cases}$。解这个二元二次方程组得到，$a^2=4,b^2=3$。所以，椭圆 C 的方程为 C：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$。

评注：对圆锥曲线基本知识有基本了解的同学都能列出这个方程，问题是如何快速正确地解出这个方程？倘若按照常规思路，将这个二元二次方程组（实际上是二元一次方程组），通过代入消元，化成整式后，一步一步求解，必然会在第一问中浪费掉很多时间，尤其是对那些计算能力较弱的同学，可能会出现反复计算后答案仍然错误的情况，考场上内心紧张慌乱，影响后续答题。因此，在解方程之前不妨先猜测验证一下：通过观察会发现 b^2 比 a^2 小 1，它们极有可能是连续两个自然数，可以将 1 和 2，2 和 3，3 和 4 代入验证，很容易就会得到答案。

观察问题，进行逻辑推理，再猜测验证，是数学学习中的一种常规方法。教学中，我们在提高学生数学运算能力的同时，还应注重观察，归纳，类比等数学思维的灵活应用。

②分析：对于本题而言，要证明 $AQ\perp y$ 轴，由图上不难发现有解决该问题两种思路：一种是证明 A，Q 两点纵坐标相等，另一种是证明直线 $AQ\ /\!/\ x$ 轴。其中证明 A，Q 两点纵坐标相等，把几何问题转化成坐标问题，就和韦达定理联系上了，学生比较容易想到的，也是目前主流的做法。由于过点 P（4,0）的直线方程有两种设法：点斜式与横截式，因此就会产生两种解法。

怀海特认为，推进理解的方式有两种，一种是把细节集合于既定模式之内，一种是发现强调新细节的新模式 [2]。也就是说，解题既要把握思路及方向，又要注重特殊细节及关键点 [3]。观察问题，进行逻辑推理，再猜测验证，是数学学习中的一种常规方法。教学中，我们在提高学生数学运算能力的同时，还应注重观察，归纳，类比等数学思维的灵活应用。

解法一：点韦法——设直线方程点斜式：

设直线 AB 的方程为 $y=k(x-4)$，

联立 $\begin{cases}y=k(x-4)\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$，得 $(4k^2+3)x^2-32k^2x+64k^2-12=0$。

$$\Delta=(32k^2)^2-4(4k^2+3)(64k^2-12)=144(1-4k^2)>0,$$

即 $-\dfrac{1}{2}<k<\dfrac{1}{2}$。

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\dfrac{32k^2}{4k^2+3}$，$x_1x_2=\dfrac{64k^2-12}{4k^2+3}$。

因为 P（4,0），F（1,0），所以它们的中点 $N\left(\dfrac{5}{2},0\right)$。

那么直线 BN 的方程为：$\dfrac{y-y_2}{0-y_2}=\dfrac{x-x_2}{\frac{5}{2}-x_2}$。令 x=1，则 $y_Q=\dfrac{3y_2}{5-2x_2}=\dfrac{3k(x_2-4)}{5-2x_2}$。要证明 $y_Q=\dfrac{3k(x_2-4)}{5-2x_2}=y_1$，只需证 $\dfrac{3k(x_2-4)}{5-2x_2}=k(x_1-4)$，即证明：$5(x_1+x_2)-2x_1x_2=8$。将韦达定理代入得 $5\dfrac{32k^2}{4k^2+3}-2\dfrac{64k^2-12}{4k^2+3}=\dfrac{8(4k^2+3)}{4k^2+3}=8$。故 $AQ\perp y$ 轴。

评注：“设而不求”是解决圆锥曲线问题的基本方法，文 [4] 总结了“设而不求”的四种基本形态——点韦法，点差法，同构法，齐次法。其中“点韦法”，即设点，联立方程，运用韦达定理求解，是课堂上教师讲解最多，学生训练最多的方法，考场遇到解析几何问题学生优先应该选择此法。

解法二：点韦法——设直线方程横截式。

设直线 AB 的方程为 $x=my+4$，

联立 $\begin{cases}x=my+4\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$，得 $(3m^2+4)y^2+24my+36=0$。

$\Delta=(24m)^2-4(3m^2+4)\times 36>0$, 解得 $m<-2$, 或 $m>2$。

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $y_1+y_2=\dfrac{-24m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=\dfrac{36}{3m^2+4}$。

由解法一知 $y_Q=\dfrac{3y_2}{5-2x_2}$。

后面的做法与解法一类似，使用分析法证明即可。也可以采用另外一种方式：

$$y_Q=\frac{3y_2}{5-2x_2}=\frac{-3y_2}{2my_2+3}=\frac{-3y_1y_2}{2my_2y_1+3y_1}$$

由于 $y_1y_2=-\dfrac{3}{2m}(y_1+y_2)$，所以 $y_Q=\dfrac{-3y_1y_2}{2my_2y_1+3y_1}=\dfrac{-3y_1y_2}{(-3y_1-3y_2)+3y_1}=y_1$。

故 $AQ\perp y$ 轴。

评注：设直线方程横截式通常用在题中给的定点在 x 轴，在联立化简方程组方便，可以起到简化运算的效果。

本题最终要证明 A，Q 两点纵坐标相等，设横截式直线方程可以很大程度降低运算量。

在解法一证明 $y_Q=\dfrac{3k(x_2-4)}{5-2x_2}=y_1$，学生的思维容易出现卡壳，因为直接证明，不是那么容易，就要用到转化与化归的思想，将直接证明转化为采用分析法证明。当然将方程的两根 x_1，x_2 求解出来也可以进行化简。

解法三：求根代入法。

设直线 AB 的方程为 $y=k(x-4)$，

联立 $\begin{cases} y=k(x-4) \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1 \end{cases}$，得 $(4k^2+3)x^2-32k^2x+64k^2-12=0$。

$$\Delta=(32k^2)^2-4(4k^2+3)(64k^2-12)=144(1-4k^2)>0,$$

即 $-\dfrac{1}{2}<k<\dfrac{1}{2}$。

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则解得：

$$x_1=\frac{16k^2-6\sqrt{1-4k^2}}{4k^2+3},x_2=\frac{16k^2+6\sqrt{1-4k^2}}{4k^2+3}(x_1<x_2)$$

代入直线方程：

$$y_1=k(x_1-4)=k\left(\frac{16k^2-6\sqrt{1-4k^2}}{4k^2+3}-4\right)=\frac{-12k-6k\sqrt{1-4k^2}}{4k^2+3}$$

$$y_Q=\frac{3y_2}{5-2x_2}=\frac{3k(x_2-4)}{5-2x_2}=\frac{3k\left(\dfrac{16k^2+6\sqrt{1-4k^2}}{4k^2+3}-4\right)}{5-2\dfrac{16k^2+6\sqrt{1-4k^2}}{4k^2+3}}$$

化简整理得：

$$y_Q=\frac{3y_2}{5-2x_2}=\frac{3k(x_2-4)}{5-2x_2}=\frac{3k\left(\dfrac{16k^2+6\sqrt{1-4k^2}}{4k^2+3}-4\right)}{5-2\dfrac{16k^2+6\sqrt{1-4k^2}}{4k^2+3}}=$$

$$\frac{k\left(8\sqrt{1-4k^2}-6\right)}{5-4k^2-4\sqrt{1-4k^2}}$$

分母有理化，得：

$$y_Q=\frac{k\left(8\sqrt{1-4k^2}-6\right)\left(5-4k^2+4\sqrt{1-4k^2}\right)}{\left(5-4k^2-4\sqrt{1-4k^2}\right)\left(5-4k^2+4\sqrt{1-4k^2}\right)}=$$

$$\frac{(4k^2+3)\left(16k^2-6\sqrt{1-4k^2}\right)}{(4k^2+3)^2}=\frac{-12k-6k\sqrt{1-4k^2}}{4k^2+3}=y_1$$

故 $AQ\perp y$ 轴。

评注：求根代入在思维上要求并不高，但是计算难度较大，尤其是对 y_Q 的化简，计算量大容易出错，会让大部分考生望而却步。相比较而言，解法一就容易很多。

以上两种解法是一般学生在考场上的有限时间里能够快速想到的方法，特别是解法一，思维简单，运算量小，只需要扎实掌握求解圆锥曲线的基本方法——点韦法，再灵活应用学习过的数学证明方法——分析法，就可以解决问题。

解法四：直线参数方程法。

设直线 AB 的方程为 $\begin{cases} x=4+t\cos\alpha, \\ y=t\sin\alpha。\end{cases}\left(t\text{为参数},\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi\right)$，

代入椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$。得 $(3+\sin^2\alpha)t^2+24\cos\alpha\cdot t+36=0$，

有向线段 PA，PB 对应参数分别为 t_1，t_2，则：

$$t_1+t_2=\frac{-24\cos\alpha}{3+\sin^2\alpha},t_1t_2=\frac{36}{3+\sin^2\alpha}$$

$$A(4+t_1\cos\alpha,t_1\sin\alpha),\ B(4+t_2\cos\alpha,t_2\sin\alpha)$$

因为 P（4,0），F（1,0），所以它们的中点 $N\left(\dfrac{5}{2},0\right)$，

故直线 NB 方程为：$\dfrac{y-0}{t_2\sin\alpha-0}=\dfrac{x-\dfrac{5}{2}}{4+t_2\cos\alpha-\dfrac{5}{2}}$。

令 x=1，则 $y_Q=\dfrac{3t_2\sin\alpha}{-3-2t_2\cos\alpha}=\dfrac{3t_1t_2\sin\alpha}{-3t_1-2t_1t_2\cos\alpha}$。

又因为 $\dfrac{t_1t_2}{t_1+t_2}=-\dfrac{3}{2\cos\alpha}$，代入上式可得：

$y_Q=\dfrac{3t_1t_2\sin\alpha}{-3t_1-(-3t_1-3t_2)}=t_1\sin\alpha=y_A$。故 $AQ\perp y$ 轴。

评注：利用直线参数方程求解圆锥曲线问题打破了学生惯性思维——直线参数方程只是在求解坐标系与参数方程相关问题中使用。虽然这不是解决圆锥曲线问题的通解通法，但是课堂上渗透这种方法可以开阔学生的视野，让学生深刻地体会直线参数方程在实际应用中的灵活性和技巧性。对本题而言，难点在于能够想到用参数表示出 Q 的纵坐标，并用韦达定理代换化简，这里给分子、分母同乘上 y_1，构造出两根之积。

2.2 教师角度

解法五：点差法——定比点差法。

因为 A,B,P 三点共线，设 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{PB}$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$。由于 A,B 都在椭圆上，则：

$$\frac{x_1^2}{4}+\frac{y_1^2}{3}=1,\frac{x_2^2}{4}+\frac{y_2^2}{3}=1$$

给后面的等式两边同乘以 λ^2，两式作差得：

$$\frac{x_1^2-\lambda^2x_2^2}{4}+\frac{y_1^2-\lambda^2y_2^2}{3}=1-\lambda^2,\text{即:}$$

$$\frac{(x_1-\lambda x_2)(x_1+\lambda x_2)}{4}+\frac{(y_1-\lambda y_2)(y_1+\lambda y_2)}{3}=1-\lambda^2 \quad ①$$

又因为 $\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}=4,\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}=0$，所以 $x_1+\lambda x_2=4+4\lambda,y_1+\lambda y_2=0$。代入①式中得 $x_1-\lambda x_2=1-\lambda$，再结

 ISSN：3082-8252(Print)；3082–8244(Online)

合 $x_1+\lambda x_2=4+4\lambda$,可知$2\lambda x_2=3+5\lambda$。

$$y_Q=\frac{3y_2}{5-2x_2}=\frac{3\lambda y_2}{5\lambda-2\lambda x_2}=\frac{3\lambda y_2}{5\lambda-(3+5\lambda)}=-\lambda y_2=y_1$$

故 $AQ\perp y$ 轴。

评注：点差法是中点弦问题中常用的一种方法。对于有关定比且非中点的弦问题，采用定比点差法就可以解决。从以上求解过程可以看出这种方法在思维和计算上，难度不是很大，关键在于对这种方法要有深刻的理解，并能够根据题目因地制宜地创造性使用。但是定比分点相关内容在目前北大版教材（旧教材）并没有出现，对于学生来讲属于超纲知识。

2.3 背景与本质探究

解题要实现从答案获取水平向过程优化水平、经验生成水平的跃迁，需要重视解题后的反思和创意探索 [5]。通过探究题目的本质，了解出题人的意图，还原知识的本来面目，了解题目的创意设计及题目的其余的变形和拓展。本题本质是调和点列和调和线束在解析几何中的应用。

2.3.1 调和点列与调和线束

直线 l 上存在四点 A，P，B，Q，满足 $\frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{QB}=\lambda$，则称 A，P，B，Q 为调和点列。O 为直线外一点，OA，OP，OB，OQ 为调和线束。

2.3.2 调和线束中点模型

调和线束 OA，OP，OB，OQ 交于点 O，直线 m // OA，与 OP，OB，OQ 分别交于 D，E，F，则 $DE=EF$。

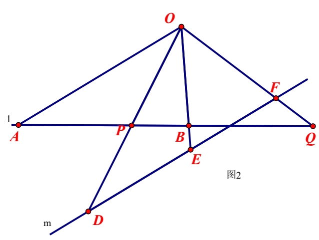

图2

证明：因为 A，P，B，Q 为调和点列，所以 $\frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{QB}$。过 O 作 AQ 的边上的高，设其为 h，如图 3，那么 $S_{\Delta OPA}=\frac{1}{2}AP\cdot h=\frac{1}{2}OA\cdot OP\cdot\sin\angle AOP$，$\frac{AP}{PB}=\frac{AQ}{QB}$，即 $\frac{\frac{1}{2}AP\cdot h}{\frac{1}{2}PB\cdot h}=\frac{\frac{1}{2}AQ\cdot h}{\frac{1}{2}QB\cdot h}$，即：$\frac{\frac{1}{2}OA\cdot OP\cdot\sin\angle AOP}{\frac{1}{2}OP\cdot OB\cdot\sin\angle BOP}=\frac{\frac{1}{2}OA\cdot OQ\cdot\sin\angle AOQ}{\frac{1}{2}OQ\cdot OB\cdot\sin\angle BOQ}$

所以：

$$\frac{\sin\angle AOP}{\sin\angle BOP}=\frac{\sin\angle AOQ}{\sin\angle BOQ} \qquad ②$$

在 ΔODE 和 ΔOEF 中，由正弦定理可知：

$$\frac{DE}{\sin\angle DOE}=\frac{OE}{\sin\angle AOP},\frac{EF}{\sin\angle BOQ}=\frac{OE}{\sin\angle OFE}$$

那么：

$$DE=\frac{OE\sin\angle BOP}{\sin\angle OEF},EF=\frac{OE\sin\angle BOQ}{\sin\angle OEF}$$

结合②式可知 $DE=EF$。

该定理的逆定理也是成立的，即：调和线束 OA，OP，OB，OQ 交于点 O，若直线 m 与 OP，OB，OQ 分别交于，且 $DE=EF$，直线 m // OA，读者可以自行证明。

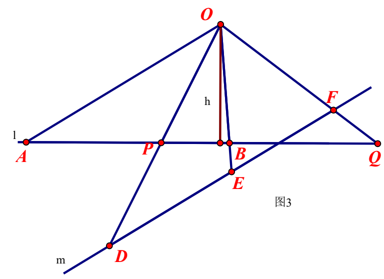

图3

解法六：调和线束中点模型。

由于 P（4,0），其关于椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的极线为 $\frac{4x}{4}+\frac{0y}{3}=1$，即 x=1，也就是直线 MF。

设直线 MF 与直线 AB 交于点 R，则 A，R，B，P 四点为的调和点列，QA，QR，QB，QP 为调和线束。又因为 QR，QB，QP 与 x 轴交于 F，N，P，且 $FN=NP$，所以 AQ // x 轴，即 $AQ\perp y$ 轴。

2.3.3 往年考题回顾

题目 1：（2023 年高考全国乙卷理科 20 题）已知曲线 $C:\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$，离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$，曲线 C 过点 $A(-2,0)$。

①求曲线 C 的方程；

②过点 $(-2,3)$ 的直线交曲线 C 于两点 P，Q，直线 AP，AQ 交 y 轴于 M，N 两点，求证：MN 中点为定点。

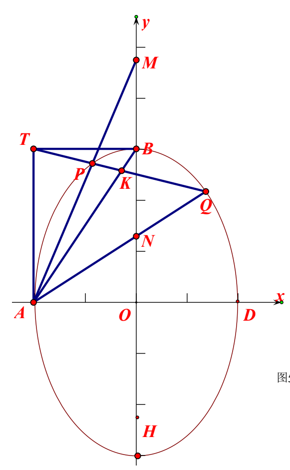

图5

解：①椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$。

②设椭圆上定点为 $B(0,3)$，左定点为 $A(-2,0)$，由于 $T(-2,3)$，所以连结，则 TA，TB 为椭圆的两条切线。点 $T(-2,3)$ 关于椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 的极线为 $\dfrac{-2x}{4}+\dfrac{3y}{9}=1$，即 $\dfrac{-x}{2}+\dfrac{y}{3}=1$，也就是直线 AB。设直线与直线交于点 K，则 T，P，K，Q 为调和点列，AT，AP，AK，AQ 为调和线束。由于 y 轴// AT，且与 AP，AK，AQ 交于 M，B，N，由调和线束中点模型，可知 B 为 MN 中点。

题目 2：（2022 年高考全国乙卷理科 20 题）已知椭圆 E 的中心为坐标原点，对称轴为 x，y 轴，且过 $A(0,-2)$，$B\left(\dfrac{3}{2},-1\right)$ 两点。

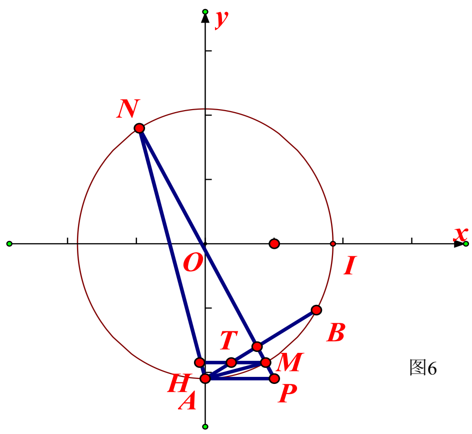

图6

①求椭圆 E 的方程；

②设过点 $P(1,-2)$ 的直线交 E 与 M，N 两点，过 M 且平行于 x 轴的直线与线段 AB，交于点 T，点 H 满足 $\overrightarrow{MT}=\overrightarrow{TH}$。证明：直线 HN 过定点。

解：①椭圆 C：$\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{x^2}{3}=1$。

②如图 6 所示，点 $P(1,-2)$ 关于椭圆 $C:\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{x^2}{3}=1$ 的极线为 $\dfrac{-y}{2}+\dfrac{x}{3}=1$，即直线 AB。设直线 AB 交直线 MN 于 K，则 P，M，K，N 为调和点列，AP，AM，AK，AN 为调和线束。由于 MT // x 轴// AP，且与 AM，AK，AN 交于 M，T，H，$\overrightarrow{MT}=\overrightarrow{TH}$，由调和线束中点模型，可知点 H 在直线 AN 上，所以直线 HN 过定点 $A(0,-2)$。

3 复习启示

3.1 试卷结构创新，落实主干复习

2024 年无论是甲卷还是新高考卷，都打破了以往的命题的模式，灵活、科学地调整试题内容、顺序、难度，防止押题猜题，考查学生考场应变能力，主干知识掌握情况，引导学生提升基本能力，学会整合知识解决实际问题。例如甲卷解析几何是 21 题，不同于往年在 20 题。同时其余各卷也有所变化，新高考 1 卷在 16 题，新高考 2 卷在 19 题。题目位置不同随之而来的是题目难度的变化。因此，解析几何题目不会像过去一样保持在一个稳定的位置，维持一个稳定难度上。

教学中不能因为学生基础弱，思维跟不上，计算能力不足等因素，觉得圆锥曲线解答题得不上分，得分较少，对这部分知识有所取舍。而应扎实做好解析几何主干知识回顾，重视基本方法的训练和数学运算等基本能力的培养。

3.2 突出思维能力，强化基本技能

数学作为一门基础学科，在服务国家选才，强基战略，助力国家建设方面，发挥着重要作用。2024 年高考数学突出考查学生的逻辑推理，批判性思维等关键能力。甲卷作为最后的老高考试卷，也体现着试卷改革的要求。新高考优化题目数量，增强思维度；甲卷虽然维持原有的题量，但是题目在难度上有所下降，合理控制了计算量，强化对基本知识和基本技能的考察，鼓励学生“多思少算”，体现了基础性、综合性、应用型和创新性。

从对甲卷解析几何问题的解答也可以看出，只要学生掌握基本方法——点韦法，点差法，再综合应用分析法，就可将题目解答顺利出来。因此，平时教学中应重视基本方法，基本技能的反复训练，形成模式，烂熟于心；还要注重相关知识和技巧的灵活应用。同时，加强引导学生学会如何将几何问题转化成坐标问题，将坐标问题与方程的根相联系，优化解答策略，深入理解算理，从而获得解决。

3.3 题目背景集中，多加引导渗透

数学解题的反思是以数学的思维方式对解题全过程的一种反复的、持续的、认真的深度思考，以推动问题形式地再表征、研究思路的再创新、探索方法的再优化及结论地再利用 [6]。数学教育家 G·波利亚说过：“好问题同某种蘑菇有些相像，它们都是成堆地生长的，找到一个后，你应当在周围找一找。”在近几年高考数学试题中，解析几何问题都有射影几何的影子，其中极点极线的变形应用经常考查到。只是从不同的角度进行考查，或者极点极线，或者调和点列及其相关性质。教师在教学中要予以重视，挖掘其内涵，充分发挥其解题功能 [7]，不断钻研这些考题，研究其本质，总结求解该类问题的通性通法，让学生归纳整理，融会贯通，并适当命制部分试题进行针对性训练。

参考文献：

[1] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)[M].北京:人民教育出版社,2020.
[2] [英]怀特海.思维方式[M].刘放桐,译.北京:商务印书馆,2016.
[3] 刘师好,周龙虎.数学解题:模糊与精确视域下的五种视角[J].中学数学参考(上旬),2023(9):40.

[4] 周日桥.刍议“设而不求”在求解圆锥曲线问题中的应用[J].中学数学参考(上旬),2023(7):52-54.
[5] 于国海.优化与生成——数学解题的价值取向[J].数学通报,2011,50(2):10-12.
[6] 潘小明.关于数学解题反思及其体验性[J].教育导刊,2017(11):511-54.
[7] 金建军.对一道课本例题的变式探究、应用与反思[J].中学数学研究,2015(11):5-9.

作者简介：戴磊（1983-），男，中国河南荥阳人，博士，教授，从事数学教育与算子理论方面的研究。

基金项目：校企合作科研基金项目，“数智时代服务基础教育的对策与路径研究”（项目编号：2025HX053）。