

# 初中数学课堂深度教学浅谈——以一元二次方程为例

赵教练

渭南师范学院 数学与统计学院, 中国·陕西 渭南 714099

**摘要:** 采用深度教学理论范式, 结合教学案例设计, 采取分组探索、协作互学等手段, 通过应用问题驱动学生提升数学思维。结果分析表明, 利用深度教学不仅能够强化学生对一元二次方程原理的领悟, 还能增强学生的数学建模与实际应用的结合能力, 彰显深度教学促进学生核心素养发展的积极意义。

**关键词:** 深度教学; 一元二次方程; 核心素养

## Deep Teaching of Junior High School Mathematics——A Case Study of Quadratic Equations in One Variable

Zhao Jiaolian

School of Mathematics and Statistics, Weinan Normal University, China Shaanxi Weinan 714099

**Abstract:** Adopting the deep teaching theoretical paradigm and integrating instructional case design, this study employs group exploration and collaborative learning strategies to enhance students' mathematical thinking through problem-driven applications. The results demonstrate that deep teaching not only strengthens students' comprehension of the principles of quadratic equations in one variable but also improves their ability to integrate mathematical modeling with real-world applications, highlighting the positive role of deep teaching in fostering core competencies.

**Keywords:** Deep teaching; Quadratic equations in one variable; Core competencies

### 0 引言

2022年《义务教育数学课程标准》着重提出发展学生的数学核心素养。教学需要摆脱传统解题训练的局限, 提高学生的创新思维以及学生的综合运用能力。从学业质量的角度看, 学生不仅需掌握公式的推导跟求解, 还需要有灵活运用方程应对复杂问题的能力, 并且在解决问题期间体现出数学思维的系统性与批判精神。这些要求体现了教学从“知识灌输”到“素养生成”的重大转变, 为教学实践指明了清晰的方向路径<sup>[1]</sup>。传统的一元二次方程教学模式长时间受机械化与浅层化的局限, 教师普遍采用“公式记忆—例题模仿—重复训练”的线性步骤, 把求根公式的推导变成机械背诵, 忽视了学生深入参与数学逻辑的情况, 高阶思维能力的培养变成了纸上谈兵。与新课标期望的“系统性思维”“批判性思考”构成了尖锐冲突, 亟须对教学理念及实践实施全面革新<sup>[2]</sup>。

数学建模规定学生将学到的数学知识运用到实际问题上去是数学思维的最终归宿<sup>[3]</sup>。就初中数学课程而言, 一元二次方程, 占据着十分关键的地位, 它是代数知识体系里

的关键要点, 更是连接初等数学跟高等数学的重要桥梁, 其展现的承上启下的作用, 反映在诸多层面, 不仅是把既往所学知识进行综合运用, 也为后续的数学学习筑牢可靠的基础, 一元二次方程在解决实际难题与开展数学建模里, 具备大范围的应用价值, 是提升学生数学应用能力与创新思维的关键载体。

深度教学的引进为解决传统教学方式的局限给出了新的思路与方法, 聚焦知识的结构化、问题的情境化和思维的可视化呈现方式, 它要求教师在教学环节中不仅要聚焦知识的传授, 更要关心学生思维发展及能力的提高<sup>[4]</sup>。利用创设真实或仿造的情境, 引导学生在攻克问题的过程中学习数学, 从而提高学生的数学思维以及知识迁移能力, 不仅可以优化教学成效, 还能给初中数学教学改革提供新的思路与方法, 为新课标落地给出可操作的实践样式。

### 1 一元二次方程的深度教学实践

#### 1.1 基于深度教学的教学设计

##### 1.1.1 教学过程

问题引入: 教师抛出问题“要怎么解一元二次方程

$ax^2+bx+c=0$ ?”引导学生回忆已学的求解办法,如配方法跟因式分解这两种方法,还抛出新的挑战“是否可以找到一个通用公式求解所有一元二次方程?”接着开展分组讨论与推导

将学生划分成若干小组,每组设定为4-5人,保证各小组成员具备不同的数学基础和水平,以促进合作学习实施。

任务分配。各个小组的任务是开展一元二次方程求根公式的推导,并对比配方法、因式分解法和公式法的差异与相同点。

### 1.1.2 推导过程

配方法。从一元二次方程的标准形式  $ax^2+bx+c=0$  出发,首先将方程两边同时除以  $a$  (假设  $a \neq 0$ ), 得到

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

接下来,将常数项移到方程的右边

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

为了配方,需要在方程的两边加上一项系数一半的平方,即  $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$

$$\text{则原式化为 } x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\text{这样,左边就变成了一个完全平方 } \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\text{对两边开平方,得到 } x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$\text{最后,解出 } x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{即一元二次方程的求根公式为 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

因式分解法。把方程化为  $(ax+b)(cx+d)=0$

$$\text{可得 } ax+b=0 \text{ 或 } cx+d=0$$

以方程  $x^2-5x+6=0$  为例,引导学生将其分解为两个一次因式的乘积  $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)=0$

依靠因式分解途径,可求出两个方程的根值  $x-2=0$  或  $x-3=0$

$$\text{解得, } x_1=2, x_2=3$$

$$\text{公式法.直接利用求根公式 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

以方程  $2x^2-5x+2=0$  为例,计算

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 2 \times 2 = 25 - 16 = 9$$

$$\text{代入求根公式得 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$\text{解得 } x_1=2, x_2=\frac{1}{2}$$

在进行教学的阶段里,教师带领学生借助实例对比配方法、因式分解法和公式法的异同,助力学生深入掌握每种方法的特性与适用范畴,下面是三种方法的对比。

任意一元二次方程都可采用配方法,经过配方把方程转化为完全平方样式,该方法可助力学生理解方程的结构和变形步骤,但计算的过程较为繁杂,得进行配方跟开平方运算,某些特定形式的方程能采用因式分解法,采用将方程分解成两个一次因式的乘积的方式求解。该方法的计算操作简单,但仅仅对可因式分解的方程适用,适用范畴有限,公式法是直接利用求根公式去解方程,对所有一元二次方程都适用,此方法计算过程相对简单,但首先得计算判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$ ,要是判别式是负数的时候,方程找不到实数根,凭借这种对比,学生不只能掌握每种方法的具体操作步骤,还能把握它们在各种情境下的适用范围,进而提升挑选恰当解法的能力。

判别式与方程根的关系,判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$  决定着方程根具有怎样的性质。

当  $\Delta > 0$  时,方程出现两个不相等的实数根。

当  $\Delta = 0$  时,方程出现两个相等的实数根。

当  $\Delta < 0$  时,方程不存在实数根。

课堂讨论与反馈,各小组推选一位代表,报告本小组的推导步骤和所得结论,着重讲解配方法、因式分解法和公式法的相同跟不同之处,以及判别式跟方程根相互的关系,教师就每个小组的汇报加以点评,点明推导过程中的长处和短处,协助学生进一步明晰三种方法的适用条件及优劣之处,教师拿出几道类型各异的例题,让学生分别用配方法、因式分解法与公式法去求解,夯实所学内容。

$$\text{例1 解方程 } x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$\text{解: 配方法 } x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$\text{移项 } x^2 - 6x = -8$$

$$\text{配方 } x^2 - 6x + 9 = -8 + 9 \quad (x-3)^2 = 1$$

$$\text{开平方 } x-3 = \pm 1$$

$$\text{解得 } x_1 = 4, \quad x_2 = 2$$

$$\text{因式分解法 } x^2 - 6x + 8 = (x-2)(x-4) = 0$$

$$\text{解得 } x_1 = 4, \quad x_2 = 2$$

$$\text{公式法 } \Delta = b^2 - 4ac = -6^2 - 4 \times 1 \times 8 = 36 - 32 = 4$$

$$\text{代入求根公式 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$\text{解得 } x_1 = 4, \quad x_2 = 2$$

例 2. 某个商店卖一种商品, 每件商品的采购进价是 20 元, 卖价是 30 元, 每日可卖出 100 件。商店期望通过调整售价以增加盈利。设想每件商品的售价每涨 1 元, 销量下降 10 件, 问商店怎么去定价可让每天利润最大化?

解: 设每件商品的售价增添  $x$  元, 于是售价就为  $30 + x$  元。

每天卖出去的数量为  $100 - 10x$  件。

单个商品的利润为  $(30 + x) - 20 = 10 + x$  元。

总利润  $P(x)$  等于每件商品的利润跟销量相乘

$$P(x) = (10 + x)(100 - 10x)$$

化简方程

$$P(x) = 1000 + 100x - 10x^2$$

这是一个一元二次方程, 标准形式为

$$P(x) = -10x^2 + 100x + 1000$$

为了找到最大利润, 可以使用配方法。

使用配方法

$$P(x) = -10(x^2 - 10x) + 1000$$

$$P(x) = -10(x^2 - 10x + 25) + 1000 + 250$$

$$P(x) = -10(x-5)^2 + 1250$$

从上式可以看出, 当  $x = 5$  时, 利润达到最大值 1250 元。

因此, 商店应将每件商品的售价定为  $30 + 5 = 35$  元。

结论: 通过建立数学模型并求解一元二次方程, 学生

能够找到使利润最大化的定价策略, 体会到数学在经济决策中的应用价值。

课堂总结: 在本节课期间, 我们借助问题驱动跟探究式学习结合的模式, 探究了一元二次方程解法及应用, 学生采用分组议论和自主探究, 推导得出一元二次方程的求根公式, 并且对配方法、因式分解法和公式法的相同与差异进行比较。这三种方法各具备一定特点, 所有的一元二次方程都可以采用配方法, 通过配方把方程转化成完全平方的样式。因式分解法直接又简单, 只是适用范围存在局限; 公式法既直接又具备通用性, 但需先算出判别式以明确方程根的属性, 我们还重点针对判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$  与方程根的关系开展了讨论, 弄清楚了当满足  $\Delta > 0$  此条件时方程有两个不相等的实数根, 当符合  $\Delta = 0$  此条件时方程有两个不相等的实数根, 当符合  $\Delta < 0$  这种情况的时候, 方程没有实数根。依靠具体的例题开展练习, 学生既把所学知识巩固了, 还加强了运用数学知识处理实际情况的能力, 诸如经济中的利润最大化和物理中的运动轨迹剖析, 这些事实上体现出运用数学知识处理实际情况的能力, 譬如经济上的利润最大化以及物理上的运动轨迹分析, 这些实际应用的体验助力学生深入把握了一元二次方程的应用价值, 点燃了他们进一步探寻数学的兴趣与干劲。

## 1.2 教学效果评估与分析

在本节课落实深度教学实践的时候, 学生在知识掌握、思维能力和学习兴趣等方面有了明显的进步成效, 课堂观察反映出, 学生主动提问的频率呈现明显提高, 他们不再局限在传统的解题办法里, 而是能够提出多种别具一格的解题思路, 这种多元化的思维不仅充实了学生的知识储备, 还养成了他们的创新能力与批判性思维习惯。学生反馈说明, 经由实际案例进行学习, 他们对一元二次方程应用价值的认识变得更深刻了, 学习兴趣显著上扬, 在应对经济问题里的利润最大化以及物理问题里的运动轨迹分析时, 学生可把抽象数学知识同实际问题联系到一块儿, 体会到数学在现实生活当中的广泛应用实例。采用分组讨论及合作学习, 学生彼此之间的互动频繁程度提升, 团队合作精神以及沟通能力提升明显, 处于小组活动期间, 学生可以相互启迪、相互帮扶, 共同处理复杂的数学难题, 这种合作学习模式不但推动了知识共享与思维碰撞, 还强化了学生学习过程中的自信心与成就感。

基于深度教学模式的时候, 学生对一元二次方程的理

解变得愈发深入,不再只停留在对公式的机械背诵上,而是可以领悟并运用公式背后的数学原理,课堂参与度实现显著提高,尤其是在小组讨论期间的积极举动,让学生相互间的学习交流愈发频繁有效,造就了良好的学习氛围.这种氛围不但带动了学生知识的掌握与能力的提升,还锻炼了学生的团队合作精神及沟通能力,依靠课堂观察以及课后检测判断教学成效,可以明显地觉察到深度教学在一元二次方程教学实践中的积极效应,学生解题水平的提高、课堂参与程度的增强以及高阶思维的展露,都明显体现出深度教学的实效性,这些成果不只为初中数学教学变革提供了崭新的思路跟办法,还为以后初中数学教学的不断优化与改进提供了可靠证据。

## 2 改进建议

调整教学时间分配,进一步去细化课前预习内容,提供更详实的预习视频及资料,添加互动式的预习任务,保证学生初步掌握预习的相关内容,按照学生预习给出的反馈,灵活革新课堂结构,对于学生掌握得不错的内容,减少讲解的时长,添加互动及探究环节;就学生理解方面有困难的内容,加大讲解与练习的时间投入。进一步加强分层教学与个性化学习,采用在线学习平台为各个学生生成个性化的学习轨迹,参考学生的学习进度与能力层级,推荐恰当的学习内容与练习题目,处于小组合作学习期间,清楚每位成员的职责跟任务,推选小组长,负责监察和统筹小组成员的学习进度安排,保障每个学生都积极投入。对基础相对弱的学生,给予更多的单人辅导和基础习题,扶持他们逐步增进数学基础;对于基础表现较好的学生,布置更具挑战性的拓展课题,符合他们的学习渴望,增强课堂互动及学生参与程度,以设计有意思且有挑战的实际问题为途径,引发学生的学习兴趣与参与主动性,导入更多跟生活实际相关联的经济问题与物理问题,让学生体会到数学的实际应用意义。引导学生积极提问和表达自己想法,采用奖励机制,诸如积分奖励和小组竞赛,挑起学生的积极性与竞争意识,采用互动教学工具,诸如在线投票、实时反馈系统之类,加大课堂互动力度,及时把握学生的学习状态,改变教学方法。充分借助教学资源,进一步提高在线学习平台的个性化推荐功能水平,采用数据分析方法,获知学生的学习行为与偏爱,提出更贴切的学习建议,

给予多种样式的学习资源,含有视频讲解、动画演示、互动测试等,适应不同学生的学习渴望,且按照一定周期更新和补充教学资源,保证资源既新鲜又实用。

## 参考文献:

- [1] 倪行舟. 初中数学单元结构教学设计探索——以一元二次方程为例[J]. 福建教育学院学报, 2022,23(12):39-41.
  - [2] 徐章韬, 李可心, 汪晓勤. 历史上一元二次方程解法的教学解读[J]. 数学通报, 2023,62(01):5-8+22.
  - [3] 谭远泊, 黄翔. 大单元教学视域下中学数学复习课教学研究[J]. 教学与管理, 2023,(06):87-90.
  - [4] 赵茜, 邱莉. 论深度教学的“系统化”模式及其实施路径[J]. 教学研究, 2021,44(03):60-67.
  - [5] 郭春花. “三教”理念指导下的初中数学深度教学实践[J]. 华夏教师, 2024,(23):61-63.
  - [6] 张达敬. 初中数学教学中学生逻辑计算能力的培养路径[J]. 亚太教育, 2022,(24):73-75.
  - [7] 岑平海. 提高初中生利用“一元二次方程”解决实际问题的能力教学研究[J]. 华夏教师, 2022,(12):56-58.
  - [8] 俞宏毓, 尉劲松, 汤虹. 行动教育模式的有效运用——“一元一次方程的解法”教学研究案例[J]. 内蒙古师范大学学报(教育科学版), 2022,35(01):96-101.
  - [9] 孙凯. 指向高观点的数学模型建构教学——以苏科版“一元一次方程单元复习”为例[J]. 内蒙古师范大学学报(教育科学版), 2021,34(06):137-140.
  - [10] 王新奇. 基于数学理解性学习的教学研究——以“一元二次方程”教学为例[J]. 基础教育课程, 2021,(18):49-55.
  - [11] 郑丽生. 基于数学文化的数学阅读教学策略研究——以“一元二次方程配方法”为例[J]. 福建教育学报, 2022,23(12):25-27.
- 基金项目:“双减”背景下中学数学课堂提质增效实践策略研究, 陕西教育科学规划课题(SWNZ2404); 利用系统观念提升中学数学教育教学质量机制与策略研究(2022JYKX46); 渭南市初中数学师资调研现状, 渭南师范学院教育科学研究课题(2019JYKX002)。
- 作者简介:赵教练(1979.11-), 男, 教授, 研究方向:数学教育。