

# 中学与大学数学教育衔接的困境与探索

黄煜可<sup>1,2</sup>, 李亚杰<sup>1,2</sup>, 张劼<sup>1,2</sup>, 李鹤<sup>1,2\*</sup>

1. 北京邮电大学数学科学学院, 中国·北京 100876

2. 数学与信息网络教育部重点实验室(北京邮电大学), 中国·北京 100876

**摘要:** 一直以来, 数学家和数学教育者都高度关注中学与大学数学教育的衔接问题, 简称“高大衔接”问题。实证研究表明“高大衔接”问题普遍且长期存在。本文首先针对理工科学生三大公共课里中学与大学教学内容的不同关系——《高等数学》“点到为止”《线性代数》“两模两样”《概率论与数理统计》“遍地开花”——给出三种不同的“高大衔接”思路:《高数》重在从“工具”到“理论”的转型;《线代》强调同一问题的再认识;《概率》则可以站在高中知识基础上增加理论强度和专业特色应用。然后, 以《分形几何》为例探讨数学专业课中高中、大学本科、研究生课程衔接的思路。最后, 展示了科普实验室和人工智能技术在解决“高大衔接”问题中的应用。

**关键词:** 高大衔接; 公共课; 数学专业课; 科普实验室; 人工智能

## The Difficulties and Solutions on the Link between Secondary School and University Mathematics Education

Huang Yuke<sup>1,2</sup>, Li Yajie<sup>1,2</sup>, Zhang Jie<sup>1,2</sup>, Li He<sup>1,2\*</sup>

1. School of Mathematical Sciences, Beijing University of Posts and Telecommunications (BUPT), China Beijing 100876

2. Key Laboratory of Mathematics and Information Networks(Beijing University of Posts and Telecommunications), Ministry of Education, China Beijing 100876

**Abstract:** For a long time, the link between secondary school mathematics and university mathematics has been a significant concern for mathematicians and mathematics educators. Empirical research has shown that this is a common and long-standing problem. We first give three different methods according to the different contents between secondary school and university in "advanced mathematics", "linear algebra" and "probability theory and mathematical statistics". Then, taking "fractal geometry" for instance, we study the link among secondary education, undergraduate education and graduate education. Finally, we show the applications of "science popularization laboratory" and "artificial intelligence (AI)" in this problem.

**Keywords:** The link between secondary school mathematics and university mathematics; Public course; Mathematics major course; Science popularization laboratory; Artificial Intelligence (AI)

### 1 高大衔接问题的研究现状

中学与大学数学教育的衔接问题, 简称“高大衔接”问题, 一直被数学家和数学教育者高度关注。德国数学家、哥廷根学派创始人 F. C. Klein 在 1908 年出版的名著《高观点下的初等数学》<sup>[1]</sup>中就高屋建瓴地探讨了“高大衔接”问题。

我国教育工作者也很早就开始关注“高大衔接”问题。2003 年, 华东师范大学的柴俊、杭州师范大学的陆竞、南通师范学院的俞曼在各自所在学校数学系进行了一次高考数学成绩与数学系基础课程学习成绩的相关性调查, 结果出乎意料: 高考数学成绩与大学数学成绩相关性非常小。具体而言, 高考数学成绩与《数学分析》和《高等数学》两门课程的相关系数, 华东师大为 0.29 和 0.32, 南通

师院为 0.20 和 0.16, 而杭州师院更是低到了 0.03 和 0.09。该文对这一现象总结出的原因之一是“高等教育与中学教育缺乏衔接”, 并由此给出“大学和中学的数学教学方式应当相互靠拢、减少坡度、做好衔接、加强沟通和了解”等建议<sup>[2]</sup>。2011 年, 陈伟军等人指出: 高中数学的教学内容和方法有了很大变化, 而大学数学仍沿袭传统教学内容, 使大学数学与高中数学教学的衔接问题凸显出来<sup>[3]</sup>。2025 年, 李娜等人分析了国际视野下中学与大学数学教育衔接的研究成果<sup>[4]</sup>。

### 2 从理工科学生三大公共课看高大衔接的困境与契机

以北京邮电大学为例, 几乎所有的理工科学生都需要

在大学前两年学习《高等数学》《线性代数》《概率论与数理统计》这三门公共课程,以下简称“三大公共课”。这种课程设置在理工科高校非常普遍。当然,针对不同学习基础和未来发展需求的学生,不同专业的培养方案也可能用《微积分》《工科数学分析》《数学分析》等课程代替《高等数学》。这些课程的基本教学内容接近,但侧重点不同。例如,面向数学专业的《数学分析》会更加侧重形式逻辑、演绎推理、严格证明。在随机数学的学习方面,也有部分专业选择了《概率论与随机过程》而非《概率论与数理统计》,或者允许学生在这两门课程中二选一。

本节就以“三大公共课”的知识体系和教学内容为例,探索数学教育的“高大衔接”问题。

## 2.1 三大公共课教学内容“高大衔接”对照

先看以《高等数学》为代表的分析类数学公共课。人教B版高中数学教材选择性必修三讲解了“导数及其应用”。“导数”不仅是数学学科的重要内容,还是学习其他学科的重要研究工具。例如,本文作者黄煜可在清华大学数学科学系读大一时,除了学习《数学分析》等数学专业课程外,还需要学习《普通物理学》等物理专业课程。物理课程中会大量使用“导数”等微积分工具,而《数学分析》课程则会先讲授很长时间的“分析基础”,再逐步进入“微积分”的内容。由于当时绝大部分高中生没有学习过微积分,学生只能在繁重的课程学习之余,挤出时间自学一部分微积分基础知识,才能跟上《普通物理学》等课程的学习进度。因此,后来国内进行课程改革时把“导数”的一部分内容从大学挪到高中,对学生在大学阶段的学习确实很有帮助。然而,高中学习的“导数”主要强调导数的工具性作用,不会涉及太多微积分本身的理论。这与大学数学的教学内容差别很大。因此,我们认为,以《高等数学》为代表的分析类数学课程“高大衔接”的重点是:让学生意识到高中和大学阶段“微积分”学习的区别,不要把所有精力放在“会计算”上,理解其中的数学理论也非常重要。特别是对于数学专业的学生,后者更重要。

再看以《线性代数》为代表的代数类数学公共课。与《高等数学》不同,《线性代数》的知识在高中数学教材中没有明确地体现。但很多高中数学知识都可以运用线性代数中的概念重新认识。例如:人教B版高中数学教材必修一“等式与不等式”讲解了“方程组的解集”。指出:求方程组解集的过程要不断应用等式的性质,比如初中甚至小学阶段学过的消元法。但是,如果方程组非常复杂,用中小学知识解方程就比较困难了。事实上,“线性方程组的求

解”正是线性代数的三大问题之一<sup>[5]</sup>。此外,高中教材还指出:当方程组中未知数的个数大于方程的个数时,方程组的解集可能含有无穷多个元素。这个结论可以运用“系数矩阵和增广矩阵的秩”等线性代数的概念给出更严谨细致的解释。进一步地,必修二“平面向量初步”中提到的“向量基本定理”与线性代数中的“线性组合”“线性表示”“线性相关”等联系密切。线性代数的另外两大问题分别是:“线性变换的表示矩阵相对简单化问题”和“二次超曲面的分类问题”<sup>[5]</sup>。后者与选择性必修一的“平面解析几何”联系密切,高中数学知识为抽象的数学知识提供了几何直观。因此,我们认为,以《线性代数》为代表的代数类数学课程“高大衔接”的重点是:用线性代数中的概念重新认识高中数学知识,建立高中和大学知识点之间的联系,让学生温故而知新,而不是让学生觉得是在学习一门全新的、与高中内容完全无关的课程。

最后看以《概率论与数理统计》为代表的概率类数学公共课。与《高等数学》的“点到为止”和《线性代数》的“两模两样”不同,高中数学教材中的概率统计知识几乎完全覆盖了传统概率类课程的主要知识点,可谓“遍地开花”。例如,人教B版高中数学教材必修二“统计与概率”和选择性必修二“概率与统计”中讲解了随机事件的概率、条件概率、独立性、随机变量等概率论知识点;以及数据的收集、直观表示、用样本估计总体、一元线性回归模型、独立性检验等统计学知识点。对照常见的大学工科概率教材——盛骤等编著的《概率论与数理统计》——没有明确涉及的内容只有多维随机变量、大数定律与中心极限定理、假设检验等内容。甚至在从二项分布引入正态分布时,高中教材还涉及了棣莫弗的工作,也就是大学阶段“棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理”的教学内容。特别的,前述大学工科概率教材的第一章“随机事件及其概率”,并不比高中教材增加多少内容。学生在高中阶段学习了大量的概率统计知识,这是一个挑战,它迫使大学概率系列课程的教师调整教学内容,否则学生会在课程一开始就觉得这门课是“炒陈饭”、学不到新东西。但这也是一个机遇,让我们可以在大学课堂教学学时不变,也不大量增加课后自学时长的基础上,帮助学生站在高中知识的基础上、达到更高的学习水平,更好地适应后续的学习和研究工作。下面展示《概率论与数理统计》中两个知识点的“高大衔接”方案。其中,实例“贝叶斯公式”重在展示如何针对学生所在专业和未来发展需求增加有针对性的教学案例、拓展教学内容、帮助学生建立数学知识与本专业知识的联

系。实例“德国坦克问题”则重在展示如何通过回顾高中课本中的经典案例，增加更有深度的大学数学知识，让学生发现高中和大学知识的区别与联系、温故而知新。

## 2.2 实例 1：贝叶斯公式

人教 B 版高中数学教材选择性必修二“概率与统计”中讲解了条件概率的定义及三个重要计算公式：乘法公式、全概率公式和贝叶斯公式。其中，“贝叶斯公式”的教学内容从产品检验问题出发引出贝叶斯公式，再运用贝叶斯公式分析经典的罕见病检测问题，最后通过“拓展阅读”介绍人工智能中的贝叶斯公式。这部分内容基本上已经完全覆盖了传统大学工科概率教材中“贝叶斯公式”的内容。在教学实践中，我们适当减少了高中已知知识的讲授时长，把教学重点从“正确写出和使用贝叶斯公式”转移到对“贝叶斯公式的专业特色应用”和“贝叶斯公式的影响”的讲解。特别是“为什么一个由简单数学推导得到的公式能够有如此广泛的应用、并发展为概率中的两大学派之一”，也就是从“会套公式计算”到“理解思想”和“学以致用”。图 1 展示了我们对“贝叶斯公式”知识点的教学设计<sup>[6]</sup>。

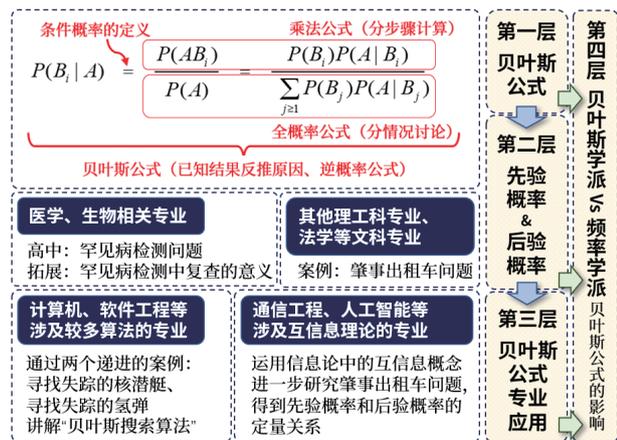


图1 基于高大衔接的“贝叶斯公式”知识点的教学设计

## 2.3 实例 2：德国坦克问题

人教 B 版高中数学教材必修二“统计与概率”的“数学探索活动：由编号样本估计总数及其模拟”中讲述了二战期间的德国坦克问题——盟军希望根据缴获的德国坦克的编号数据估计德军生产的坦克数量。囿于高中生统计知识的限制，学习任务设定为：寻找生活中有连续编号的实例，获取适当容量的编号样本，在此基础上讨论估计总数的多种办法，并用模拟的办法验证估计方法的准确性。而在大学阶段的《概率论与数理统计》课程中，我们将系统学习点估计中的矩估计法和最大似然估计法。将这个案例作为“点估计”部分的综合练习，运用图 2 中的多种方法

估计德军生产的坦克数量<sup>[6]</sup>。不仅有助于学生认识到高中到大学知识水平的提高，也在这个真实历史案例中体会到了知识的力量。

根据德国人严谨的天性，统计学家假设德军会根据生产顺序，将某月生产的  $\theta$  台坦克依次编号为  $1, 2, \dots, \theta$ 。盟军共缴获其中的  $n$  台，最大编号为  $M$ 。下面采用三种思路给出参数  $\theta$  的点估计。

**思路 1：**近似地认为，这  $n$  台坦克的编号相互独立且服从均匀分布  $U(0, \theta)$ 。然后直接运用均匀分布的矩估计、最大似然估计、无偏最大似然估计的结论。这种思路相当于认为缴获坦克是有放回的抽样，这显然不符合实际情况。

**思路 2：**严格按照无放回抽样，给出参数  $\theta$  的点估计。

**思路 3：**尝试还原二战期间统计学家的估计方法。

图2 运用多种方法估计德军生产的坦克数量

## 3 从数学专业课看高大衔接的困境与契机

本文作者黄煜可的科研方向是分形几何，相关概念在高中课本中也有所涉及。本节以分形几何为例，探讨数学专业课的“高大衔接”问题。

### 3.1 高中数学教材中的分形几何教学内容

人教 B 版高中数学教材必修四“复数”的“本章导语”中提到：复数在数学、流体力学、电学等学科中都有广泛的应用。例如，利用复数可以得到分形图，并在后面的“拓展阅读”中介绍了细节。除了分形几何以外，高中数学教材中还引入了“正弦型函数与信号处理”“人工智能中的贝叶斯公式”“利用导数来推导光的折射定律”等大量与数学有关的跨学科内容。这对拓宽学生视野、激发学习兴趣很有帮助。本文作者黄煜可有幸在高一暑假入选了由天元基金主办的“数学之星”夏令营。在夏令营中，我和来自全国的 100 余位高中生聆听了由谷超豪院士、胡和生院士等 20 余位顶级数学家带来的不同数学分支的报告。我也是在这个夏令营中被分形几何的瑰丽深深吸引，并最终走向了分形几何的学习和研究道路。可见，在高中阶段播撒专业学习的种子，对学生未来的发展很有意义。

### 3.2 本科和研究生阶段的分形几何专业课教学设计

1975 年，美国科学院院士、沃尔夫奖得主 B. Mandelbrot 首先提出了分形几何的概念。它是一个研究和处理自然与工程中不规则图形的强有力的理论工具，它的应用几乎涉及自然科学的各个领域。人们通常把分形几何、耗散结构及混沌理论共称为 20 世纪 70 年代中期科学界的三大重要发现。分形几何的专业课程通常设置为《分形几何》或《分形几何及其应用》。前者更强调数学理论，适合基础数学专业的研究生学习。后者则在讲授数学理论的基础上，补充分形几何在不同领域、特别是所在院校特色专业领域的应用，不仅适合数学系学生，也适合相关理工科专业的研究生，甚至本科生学习。

### 3.3 高大衔接的新渠道：科普实验室

北京邮电大学的数学与信息科技科普实验室为“高大

衔接”提出了新渠道。科普实验室致力于通过“建设促研发、研发带实训、实训助育人”的模式，打造国内高校中最具信息特色的一流数学实训、探究和科普基地。实验室不仅服务于大学生，还积极面向中小学生开放，努力成为全民科普的重要阵地。

以科普实验室分形几何模块为例，高中数学课本中展示的 Mandelbrot 集（高中课本译为芒德布罗分形图）和 Julia 集（高中课本译为茹利亚集）存在非常有趣的对应关系，粗略地讲：Mandelbrot 集上的每一个不同的点，都对应着不同的 Julia 集。科普实验室计划通过可交互界面展示两者的关系，让学生对高中课本中的知识产生更加深刻的认识。进一步的，结合北京邮电大学的特色专业建设，我们还计划展示分形天线实物及测试结果。1988 年 N.Cohen 博士设计了世界上第一个分形天线。并于 1995 年发表第一篇描述分形天线设计和研究的文章。基于分形结构设计的天线在空间填充能力、天线的小型化、紧凑型以及轻量化、低剖面上有很大优势，而其主要的辐射特性基本不变。当然，分形几何模块还计划直观地展示分形几何的更多理论和应用，比如：基于 L- 系统的分形几何图像生成方法、3d 分形模型、挂谷猜想中的佩龙树等。让学生重新深入认识高中数学知识的同时，了解这些数学知识在不同专业、特别是自己所在专业的应用。

#### 4 人工智能在高大衔接中的应用

人工智能可以在“高大衔接”中发挥作用。大学生来自全国各地，高中数学教材和学习内容存在一定差异。此外，不同院校、不同专业的学生对高中数学知识的掌握程度也存在差异——有的学生掌握了比教材更丰富、深入的数学知识，有的学生则学得不够扎实、很多知识高考结束就“还给高中老师了”。大学教学工作者虽然可以通过查阅高中数学教材了解学生的现有知识储备。但如何识别每个学生的知识储备水平呢？这就可以使用人工智能技术了。具体而言，运用人工智能对学生的知识进行测评和分级。如果某个知识点已经被班级学生普遍掌握，老师就可以缩短这部分知识的教学时长。当然学生预先掌握某些知识不仅仅源于高中阶段，也可能源于其他先修数学课或专业课。如果某个知识点虽然在高中课本中涉及但学生普遍掌握不扎实，老师可以有针对性地补充强化。如果某个知识点大部分学生都掌握，只有极个别学生不太熟悉，则可以推荐学生运用微课程等课外学习资源、实现个性化学习。这样，大学教师可以充分运用学生高中数学知识和先修课知识，适当压缩学生熟悉的重复知识点的教学时长，补充更深刻

的数学知识或专业特色案例。从而实现在不增加教学时长的基础上，提高学生的学习水平，更好地适应未来学习、深造和研究的需求。

#### 5 结语

本文总结了笔者在北京邮电大学《高等数学》《线性代数》《概率论与数理统计》三大公共课授课及教学研究中“高大衔接”问题的思考。在分析三门课程特点的基础上，给出三种不同的“高大衔接”思路。然后，探讨数学专业课“高-本-研衔接”的思路。最后，展示了科普实验室和人工智能技术在解决“高大衔接”问题中的应用。笔者希望通过不断思考和探索、持续改进、开拓进取，为中学与大学数学教育衔接工作添砖加瓦。

#### 参考文献：

- [1] [德] 菲利克斯·克莱因 著. 舒湘芹, 陈义章, 杨钦樑 译. 齐民友 审. 高观点下的初等数学, Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint[M]. 华东师范大学出版社. 2020.
- [2] 柴俊, 陆竞, 俞曼. 高考数学分数高, 大学数学学习成绩一定好吗?[J]. 数学教学. 2003,8:2-1+9.
- [3] 陈伟军, 南志杰, 徐春芬. 大学数学与高中数学课程内容的衔接[J]. 内蒙古师范大学学报(教育科学版), 2011,24(5):80-82.
- [4] 李娜, 吴盛棋, 张滢, 李波. 国际视野下中学与大学数学教育衔接的研究述评[J]. 数学教育学报, 2025, 34(1): 6-12.
- [5] 谢启鸿, 姚慕生, 吴泉水 编著. 高等代数学(第四版)[M]. 复旦大学出版社. 2022.
- [6] 黄煜可 编著. 概率论与数理统计[M]. 清华大学出版社. 2025.

基金项目：北京市高等教育学会 2024 年面上项目《以数字技术为擎，赋能高等数学数智课堂的研究与实践》(MS2024131)；北京邮电大学 2025 年研究生教改项目《基于 AI 赋能的概率论课程本硕博贯通培养模式设计及资源建设》(2025YY027)；北京邮电大学数学科学学院 2025 年科普实验室自主研发演示项目《数学与信息科技科普实验室分形几何模块、几何学模块、趣味数学模块建设》，2025 年促进数学学科发展计划(530625004)。

作者简介：黄煜可(1985.01-)，女，汉族，四川成都人，博士，副教授，硕士生导师，科学研究方向：代换序列、分形几何及其应用；教学研究方向：概率论与数理统计、高等概率论。