

基于反向学习策略的萤火虫算法用于瞬变电磁反演

李朋汕

江西财经大学软件与物联网工程学院, 中国·江西 南昌 330013

摘要: 瞬变电磁反演由于非线性、多解性和病态特性导致传统优化算法(如粒子群算法、差分进化算法), 作为地球物理勘探的关键技术, 在局部最优、反演精度不足的情况下, 很容易陷入困境。为解决该问题, 论文提出基于萤火虫算法(Firefly Algorithm, FA)与反向学习(Opposition-Based Learning, OBL)的瞬变电磁联合反演方法。该方法通过反向学习策略优化萤火虫种群初始化, 利用反向解的随机性与遍历性提升初始解的多样性, 有效拓展全局搜索空间; 同时, 结合萤火虫算法的动态吸引度机制与自适应步长策略, 平衡算法的全局探索与局部开发能力, 降低早熟收敛概率。

关键词: 瞬变电磁反演; 萤火虫算法; 反向学习; 反演

An Analysis of the Opposition Learning Strategy Based on Opposing Learning for Transient Electromagnetic Inversion

Penshan Li

School of Software and Internet of Things Engineering, Jiangxi University of Finance and Economics, NanChang, Jiangxi, 330013, China

Abstract: Transient electromagnetic(TEM)inversion, as a key technology in geophysical exploration, suffers from nonlinearity, non-uniqueness, and ill-posedness, which cause traditional optimization algorithms (such as particle swarm optimization and differential evolution algorithm) to easily fall into local optima and exhibit insufficient inversion accuracy. To address this issue, this paper proposes a joint TEM inversion method based on the Firefly Algorithm (FA) and Opposition-Based Learning (OBL). Using the OBL strategy to optimize the initialization of the firefly population, the randomness and ergodicity of opposing solutions are taken into account in order to increase the diversity of initial solutions and successfully increase the global search space. Meanwhile, by combining the dynamic attractiveness mechanism and adaptive step-size strategy of FA, it balances the global exploration and local exploitation capabilities of the algorithm, reducing the probability of premature convergence.

Keywords: transient electromagnetic inversion; firefly algorithm; opposition-based learning; inversion

0 前言

瞬变电磁法(transient electromagnetic method, TEM)是一种研究地下电导率分布的时域人工源电磁法, 具有非侵入性、纯二次场观测、对导电目标敏感等优点^[1-2]。随着瞬变电磁仪在工程勘探、矿产勘探、浅层地球物理勘探、地质填图等领域的广泛应用, 瞬变电磁反演越来越受到人们的重视^[3-4]。目前, 瞬变电磁反演的主流方法主要是一维线性化技术, 涵盖了共有梯度法, 最小阻尼二乘法, 高斯-牛顿法, 自适应正则化反演和 OCCAM 反演法等^[5-9]。如 Irawand 等提出的导引随机搜索算法, 在准二维地电模型反演和实际地热田数据处理中得到了成功的应用^[10]; OgayaX 等实现了地下电阻率变化监测, 借助大地电磁响应^[11]; EgbertG.D 和 KelbertA 通过构建计算机雅克比矩阵, 完成二维和三维大地电磁数据的反演计算^[12]; 圆锥形场源的优化反演^[13]是杨海燕等以减震最小二乘法为基础进行的。

值得注意的是, 反演问题本质上属于非线性病态参数估计问题(nonlinear discovery production)。现有线性反演算法多通过线性逼近处理非线性问题, 不仅严重依赖初始参数的选取^[14], 且极易陷入局部最优解^[15]。随着勘探目标的复杂化及反演精度要求的提升, 非线性反演方法已成为地球物理学者的重点研究方向。

Yang^[16]提出了一种新的群体智能算法—萤火虫算法(FA)。它是一种群体智能和随机算法, 具有鲁棒强和快速等优点。FA 已被用于多个领域, 例如解决非凸经济调度问题^[17]和设计各向同性源的线性阵列^[18]。FA 算法首先由 Zhou 等人^[19]引入到瑞利波反演中。Wang^[20]将该技术用于大地电磁测深数据反演。

但是, 早期的成熟、缓慢的收敛速度和较低的计算精度, 这些都是传统的 FA 算法所不能做到的。其原因是种群个体的位置分布比较集中, 缺乏随机性, 导致粒子易陷入局部最优。鉴于上述问题, 论文在 FA 中引入了反向学习的思想,

提出了一种基于反向学习策略的萤火虫算法 (OFA), 并给出了算法具体实现的流程, 然后对算法的可行性进行层状电模型的建构验证。

1 基于反向学习策略的萤火虫算法

1.1 传统的萤火虫算法

FA 算法是一种模拟萤火虫群体行为的群体优化算法。标准 FA 算法的思想是, 每只萤火虫的位置代表待解问题的一个解, 萤火虫的亮度代表待解问题的目标函数值。目标函数值越好, 亮度越强。暗淡的萤火虫会被明亮的萤火虫吸引并向它们移动。

他们随着迭代的进行, 萤火虫群中微弱的萤火虫不断向较亮的萤火虫移动, 最终大部分萤火虫会聚集在最亮的萤火虫周围。最亮的萤火虫的位置是问题的最优解。FA 算法有两个因素, 亮度和吸引力。亮度表示每个萤火虫位置的上级, 与目标函数的取值有关。吸引力决定了每只萤火虫移动的距离。

萤火虫算法的数学模型描述如下:

$$I = I_0 \cdot e^{-\gamma r_{ij}} \quad (1)$$

式中: I_0 为初始亮度, 参数 γ 为亮度的损失因素, r_{ij} 为萤火虫 i 和 j 之间的欧氏距离, 计算公式如下:

$$r_{ij} = \|x_i - x_j\| = \sqrt{\sum_{n=1}^d (x_{in} - x_{jn})^2} \quad (2)$$

式中: x_i 和 x_j 分别为萤火虫 i 和 j 在空间中的位置; d 为模型参数的数目。萤火虫的吸引力为:

$$\beta_{ij} = \beta_0 \exp(-\gamma r_{ij}^2) \quad (3)$$

在式 (3) 中, β_{ij} 为萤火虫 i 和 j 之间的吸引力; β_0 为最大吸引力, 通常取 1。当微弱的萤火虫移动到最亮的萤火虫时, 其位置更新为:

$$x_j^{k+1} = x_j^k + \beta_{ij} (x_i^k - x_j^k) + \alpha(R-1/2)\epsilon \quad (4)$$

式中: α 为步长因子; 为 $[0, 1]$ 内的随机数; ϵ 为在参数范围内随机生成的位置矢量。

1.2 萤火虫算法反向学习策略优化原理

问题搜索空间的特性是左右萤火虫算法搜索行为的关键要素, 这是已被认知的传统结论。反演初期, 尤其是缺乏有效引导时, 算法倾向于对搜索空间广泛探索; 反演后期, 则侧重对优质区域开发以逼近最优解。然而, 萤火虫算法应用于瞬变电磁反演时, 主要挑战在于搜索进程中难以把控种群多样性, 易出现过早收敛, 使反演陷入局部最优, 无法精准刻画地电结构^[21]。这类问题可通过嵌入反向学习 (Opposition-Based Learning, OBL) 策略有效缓解, OBL 能在初始化阶段生成解的“反向”个体, 拓宽对地电模型可行域的覆盖, 强化初始种群多样性, 助力算法更全面遍历可能的地电参数组合。当遗传算法 (GA)、粒子群算法 (PSO) 等智能算法被用于地球物理反演时, OBL 已经被证实能够

提高性能。受此启发, 将 OBL 引入萤火虫算法初始化环节, 优化初始种群分布, 增强其在瞬变电磁反演中的全局搜索能力。给定地电模型参数解 x_i (如电阻率、层厚等构成的向量), 其反向解 x_{oi} 按如下方式计算 (以参数取值在 $[LB, UB]$ 区间为例):

$$x_{oik} = LB_k + UB_k - x_{ik} \quad (5)$$

其中, $k=1, 2, \dots, D$ 和 $i=1, 2, \dots, Npop$ 。另外, 相反的解计算采用上限值 UB_k 和下限值 LB_k 。

1.3 萤火虫算法反向学习优化步骤

为了克服 FA 算法容易过早收敛, 而且迭代后期种群多样性差, 容易陷入局部最优解的问题, 论文采用基于反向学习策略的萤火虫优化算法 OFA, 在保留 FA 算法求解收敛快的优点的前提下, 增加了种群个体的多样性, 提高了解全局最优值的概率, 论文对 FA 算法进行了深入的研究, 并对 FA 算法进行深入的研究。整体算法的步骤是:

- ①初始化参数: 设置种群规模 $Npop$ 、最大吸引力 β_0 、光吸收系数 γ 、步长因子 α , 以及最大迭代次数 M 。
- ②初始化种群: 随机初始化萤火虫位置。
- ③反向学习策略更新种群: 根据 5 生成逆向种群: 将原种群和逆向种群合并, 在这个迭代的初始种群中选择一半的适应度更好。
- ④以各自的绝对亮度计算目标值并进行倒数。
- ⑤计算吸引度和移动方向: 移动方向的确定, 要根据萤火虫的亮度, 对相对亮度和吸引度进行测算。
- ⑥位置更新与亮度重算: 萤火虫空间位置的更新。萤火虫的亮度是根据更新的位置重新测量的。
- ⑦迭代更新与收敛检查: 检查是否达到最大迭代次数。若满足, 进入下一步; 否则, 增加当前迭代次数, 返回步骤 3 继续迭代搜索。
- ⑧输出结果: 输出全局最优解。

2 模型反演

2.1 目标函数定义

目标函数: 取垂直磁场在反演中的相对误差为:

$$\Phi = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(H_{si} - H_{ci}) / H_{ci}]^2} \quad (6)$$

其中, H_{si} 为第 i 个时间道处响应的实测值, H_{ci} 为第 i 个时间道的瞬变响应理论值, N 为采样时间道的个数。为了克服由校正关断时间带来的计算误差, 提高 TEM 资料处理的精度, 论文直接采用斜阶跃响应下的理论响应作为式 (6) 中的理论值对式建立层状地电模型, 应用优化算法对三层 H 型、K 型地电模型分别进行 15 次独立反演计算, 取 15 次结果的平均值作为地电模型的参数估计值。

2.2 三层 H 形和 K 形地电模型

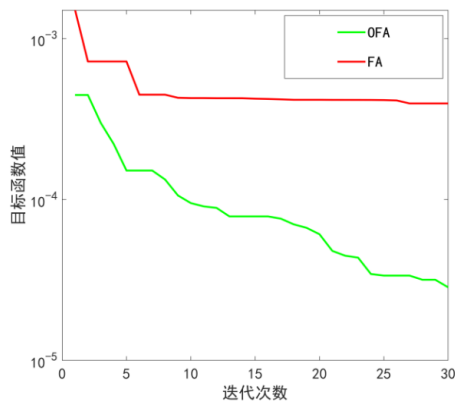
中心回线瞬变电磁法的各项理论参数设置如下: 发射线圈半径 $r=100m$, 发射电流为斜阶跃响应, 关断时间

为 $1\mu\text{s}$ ，幅值为 1A 。反演中种群规模为 100，最大迭代次数为 30。H 形地电模型各层电阻率分别为 $100\Omega\cdot\text{m}$ 、 $50\Omega\cdot\text{m}$ 、 $100\Omega\cdot\text{m}$ ，第一、二层厚度分别为 100、200m，第三层厚度为无穷；K 形地电模型各层电阻率分别为 $20\Omega\cdot\text{m}$ 、 $100\Omega\cdot\text{m}$ 、 $20\Omega\cdot\text{m}$ ，第一、二层厚度分别

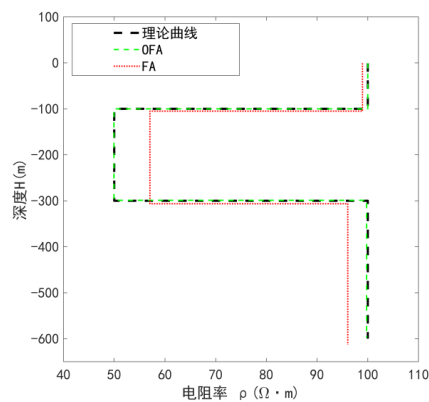
为 50m、100m，第三层厚度为无穷。反演模型参数的取值范围为理论值模型参数的 $\pm 50\%$ ，H 型地电模型反演结果如表 1 所示，H 型和 K 型地电模型拟合曲线（随机选取 15 次中一次）如图 1 (a) 和图 2 (a) 所示，得到的反演曲线如图 1 (b) 和图 2 (b) 所示。

表 1 三层 (H 型) 地电模型反演结果

三层 (H 型) 地电模型反演结果对比型	$\rho_1 (\Omega\cdot\text{m})$	$\rho_2 (\Omega\cdot\text{m})$	$\rho_3 (\Omega\cdot\text{m})$	$h_1 (\text{m})$	$h_2 (\text{m})$	总相对误差
理论值	100	50	100	100	200	--
搜索范围	50~150	25~75	50~150	50~150	100~300	--
FA	98.958	57.043	96.052	105.086	201.403	
FA 相对误差 (%)	1.042	14.086	3.948	5.086	0.522	24.684
OFA	100.002	49.944	99.761	100.077	198.859	
OFA 相对误差 (%)	0.002	0.112	0.239	0.77	0.571	1.455

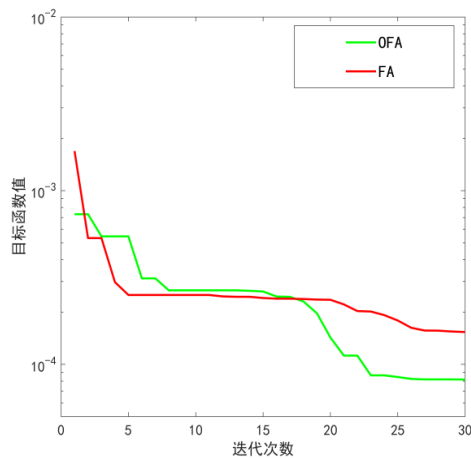


(a) 目标函数随迭代次数变化曲线

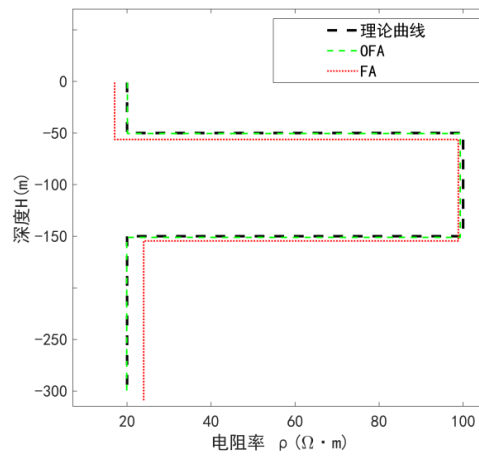


(b) 反演曲线

图 1 三层 (H 型) 地电模型反演结果



(a) 目标函数随迭代次数变化曲线



(b) 反演曲线

图 2 三层 (K 型) 地电模型反演结果

从表 1 可以看出，OFA 算法得到的反演结果与真实值基本一致，且 OFA 算法的反演精度和寻优能力比传统的 FA 算法要好，经过 30 次迭代后的反演结果相对误差绝对值最大为 1.455%，两者的感应电动势拟合程度也很好，证明了反演算法的有效性，因此 OFA 算法反演精度和寻优能力比

传统 FA 算法要好。

从图 1 (a) 和图 2 (a) 可以得知，OFA 算法的收敛速度在较小迭代次数下较快，且目标函数值最优，有效提高反演精度。由图 1 (b) 和图 2 (b) 可知，OFA 和 FA 两种算法得到的反演结果基本与真实值相符，只是 FA 算法反演的

精确度稍低, OFA 反演的精确度更高, 与曲线基本重合。随着层状地电模型参数的增加, 相应的反演变得更加困难, 但进一步证明该算法的有效性的是, OFA 算法得到的反演结果基本与真实值相符, 并且反演稳定性更好。

3 结论

论文采用反向学习策略对传统的 FA 算法进行优化改进, 提出了一种基于反向学习策略的萤火虫算法 (OFA), 旨在解决传统优化算法在瞬变电磁反演中易陷入局部最优且反演精度不足的问题。通过反向学习策略优化萤火虫种群, 利用反向解的随机性与遍历性提升初始解的多样性, 有效拓展全局搜索空间。我们将该方法应用于瞬变电磁反演研究中, 论文将传统的 FA 算法和改进的 FA 算法 (OFA) 对 H 型和 K 型地电模型进行反演, 反演结果表明, OFA 反演算法计算精度较高、稳定性较好、抗干扰能力强, 且不易陷入局部最优, 降低了“早熟收敛”的概率, 优于传统萤火虫算法 FA。上述结果表明, 基于反向学习策略的萤火虫算法反演程序具有较强的适应性和稳定性, 且精度较高, 对于解决非线性、多参数、多极值的地球物理瞬变电磁反演问题是有效的。

参考文献:

- [1] Raiche A P. Transient electromagnetic field computations for polygonal loops on layered earths[J]. *Geophysics*,1987(52): 785-793.
- [2] Ward S H, Hohmann G W. Electromagnetic theory for geophysical exploration *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics* ed N Nabighian (Tulsa, OK: Society of Exploration Geophysics),1991:121-223.
- [3] Xue G Q, Bai C Y, Yan S. Deep sounding TEM investigation method based on a modified fixed central-loop system[J]. *Geophys*, 2012(76):23-32.
- [4] Smith J T, Booker J R. Rapid inversion of two- and three-dimensional magnetotelluric data[J]. *Journal of Geophysical Research*,1991(96):3905-3922.
- [5] Constable S C, Parker R L, Constable C G. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth model from electromagnetic sounding data[J]. *Geophysics*,1987,52(2):289.
- [6] Wang G F, Zhao X Y, Ye J C. A regularized conjugate gradient method for wave field transformation of transient electromagnetic field[J]. *University politechnica of bucharest scientific bulletin series c-electrical engineering and computer science*,2019,81(2)189-202.
- [7] Meng C, Han D P, Wang P, et al. Detection of Shallow Strata Using Transient Electromagnetic Method in Case of Mine Goaf[J]. *Coal Mine Machinery*,2017,38(1):120-122.
- [8] Zaslavsky M, Druskin V, Abubakar A, et al. Large-scale Gauss-

Newton inversion of transient controlled-source electromagnetic measurement data using the model reduction framework[J]. *Geophysics*,2013,78(4):161-171.

- [9] Cassiano Antonio Bortolozzo, Oleg Bokhonok, Jorge Luis Porsani, et al. Objective function analysis for electric soundings (VES), transient electromagnetic soundings (TEM) and joint inversion VES/TEM[J]. *Journal of Applied Geophysics*,2017:146.
- [10] Irawan D, Grandis H, Sumintadireja P. Quasi-2D resistivity model from inversion of vertical electrical sounding (VES)[J]. *Data using guided random search algorithm Journal of Mathematical and Fundamental Sciences*,2015,47(3):269-280.
- [11] Ogaya X, Ledo J, Queralt P, et al. A layer stripping approach for monitoring resistivity variations using surface magnetotelluric response[J]. *Journal of Applied Geophysics*,2016(132):100-115.
- [12] Egbert G D, Kelbert A. Computational recipes for electromagnetic inverse problems[J]. *Geophys. J. Int*,2012(189):167-251.
- [13] Yang H Y, Li F P, Chen Shen-En, et al. An inversion of transient electromagnetic data from a conical source[J]. *Applied Geophysics* ,2018,15(Z1):545-555+570.
- [14] Wei C. Quantum annealing and its application to inversion of acoustic impedance[D]. *China University of Geosciences*,2015.
- [15] Bortolozzo C A, Jorge Luis Porsani, Fernando Acácio Monteiro dos Santos, et al. VES/TEM 1D joint inversion by using Controlled Random Search (CRS) algorithm[J]. *Journal of Applied Geophysics*,2015:112.
- [16] Yang X S. *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms*[M]. Beckington: Luniver Press,2008:79-90.
- [17] X-S Yang, S S Sadat Hosseini, A H Gandomi. Firefly algorithm for solving non-convex economic dispatch problems with valve loading effect[J]. *Appl. Soft Comput*,2012,12(3):1180-1186.
- [18] B Basu, G K Mahanti. Fire fly and artificial bees colony algorithm for synthesis of scanned and broadside linear array antenna[J]. *Prog. Electromagn. Res. B*,2011(32):169-190.
- [19] T-F Zhou, G-X Peng, T-Y Hu, et al. Rayleigh wave nonlinear inversion based on the firefly algorithm[J]. *Appl. Geophys.*, 2014,11(2):167-178.
- [20] P Wang. Improved firefly algorithm and its application for magnetotelluric sounding data inversion[J]. *Prog. Geophys*,2019:1-11.
- [21] M A Al-Betar, M A Awadallah, A A Heidari, et al. Survival exploration strategies for Harris Hawks Optimizer, *Expert Syst*[J]. *Appl*,2021(168).

作者简介: 李朋汕(2004-), 男, 中国江西赣州人, 本科, 从事智能算法、电磁反演研究。