

基于频率变化率的波形钢腹板组合箱梁损伤识别

黄微真¹ 莫国伟² 俞林飞²

1. 浙江师范大学, 中国·浙江 金华 321000

2. 浙江鹊巢建筑科技有限公司, 中国·浙江 金华 321000

摘要: 桥梁结构在长期运营中易发生局部损伤, 基于自振频率变化的损伤识别方法受到广泛关注。本文基于摄动理论推导了频率变化率与局部刚度退化的线性近似关系, 阐明了频率变化比可消除损伤程度影响而主要反映损伤位置的理论机制, 并提出利用多阶频率变化率构造特征向量、以欧氏距离为判据的损伤定位方法。以5m简支波形钢腹板组合箱梁进行数值验证, 结果表明: 跨中20%损伤时基频下降1.26%, 综合频率变化率指标由10%损伤时的0.014~0.023增至20%损伤时的0.031~0.050; 以第8单元10%损伤为识别算例, 欧氏距离在真实损伤位置处取得最小值, 准确定位。该方法计算效率高, 可为该类桥梁早期损伤识别提供参考。

关键词: 波形钢腹板组合箱梁; 自振频率; 损伤识别; 频率变化率; 摄动法

Damage Identification of Waveform Steel Web Composite Box Girder Based on Frequency Variation Rate

Huang Weizhen¹, Mo Guowei², Yu Linfei²

1. Zhejiang Normal University, China Zhejiang Jinhua 321000

2. Zhejiang Quechao Architectural Technology Co., Ltd., China Zhejiang Jinhua 321000

Abstract: Bridge structures are prone to local damage during long-term operation, and damage identification methods based on changes in natural frequencies have received widespread attention. This paper derives a linear approximate relationship between the rate of frequency change and local stiffness degradation based on perturbation theory, clarifying the theoretical mechanism that the frequency change ratio can eliminate the influence of damage severity and mainly reflect the damage location. A damage localization method is proposed using multi-order frequency change rates to construct feature vectors, with Euclidean distance as the criterion. Numerical verification is conducted on a 5 m simply supported corrugated steel web composite box girder. The results show that when the midspan damage reaches 20%, the fundamental frequency decreases by 1.26%, and the comprehensive frequency change rate index increases from 0.014~0.023 at 10% damage to 0.031~0.050 at 20% damage. Using 10% damage at the 8th unit as an identification example, the Euclidean distance achieves its minimum at the actual damage location, accurately locating the damage. This method has high computational efficiency and can provide a reference for early damage identification of such bridges.

Keywords: Corrugated steel web composite box girder; Natural frequency; Damage identification; Frequency change rate; Perturbation method

0 引言

桥梁结构在长期服役中承受车辆荷载、温度循环、材料老化及环境腐蚀等耦合作用, 易出现刚度退化、开裂、连接损伤及基础冲刷等病害, 威胁运营安全。建立长期健康监测并实时评估结构状态, 已成为桥梁工程领域的研究热点^[1]。自振频率作为反映整体动力特性的全局模态参数, 具有测试成熟、抗噪声能力较强、可远程采集等优势, 广泛应用于模型修正、状态跟踪及损伤识别^[2-4]。

自振频率由结构整体刚度与质量分布决定。当桥梁发生局部开裂或基础冲刷时, 整体刚度下降, 各阶频率出现

不同程度减小。Kariyawasam等^[5]通过离心模型试验发现, 基础埋深损失约30%时基频变化达3.1%, 表明频率对刚度退化敏感。Wu等^[6]采用频域分解与应变模态识别损伤, 指出跨中20%损伤时一阶频率下降约4.4%, 应变模态在损伤位置出现明显突变。这些研究证实了频率指标的识别潜力。

然而, 将频率直接用于实际损伤识别仍面临挑战。张启伟等^[7]发现斜拉桥损伤引起的频率变化大多小于1%, 与温度导致的日频率变化相当, 需有效剔除环境干扰。为此, 学者发展了改进方法: 李焕兰^[8]指出冲击系数和静挠度横

向增大系数对支座及横向损伤敏感; Mostafa 等^[9]提出基于小波同步压缩变换提取瞬时频率的方法, 在 70% 损伤及信噪比 10 条件下仍能稳定识别, 鲁棒性良好。

尽管如此, 针对波形钢腹板组合箱梁损伤识别的直接成果仍较少, 现有模型对多因素耦合特征的描述能力不足, 难以为基于频率变化的损伤定位提供可靠理论依据。此外, 传统频率方法多依赖单一频率变化或简单比值, 易受损伤程度和环境噪声干扰, 缺乏多阶模态融合定位策略。为此, 本文基于摄动理论建立频率变化率与局部刚度退化的定量关系, 提出利用前 6 阶频率变化率构造特征向量、以欧氏距离为判据的损伤定位方法, 并通过数值算例验证其有效性, 以期同类桥梁的早期损伤识别提供参考。

1 基于摄动法的自振频率损伤识别理论

根据上述章节建立的结构动力分析模型, 由波形钢腹板组合箱梁的无阻尼自由振动方程可以得到关于刚度矩阵和质量矩阵的结构特征方程

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\boldsymbol{\varphi} = 0 \quad (1)$$

根据振动理论, 自振频率可通过 Rayleigh 商表示为

$$\omega_i^2 = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_i}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} \quad (2)$$

由上式可知, 第 i 阶的自振频率反映了该阶振型下结构广义刚度与广义质量之比。当波形钢腹板组合箱梁结构局部受损时, 局部刚度减小, 则该阶模态对应的广义刚度降低, 自振频率下降。

当结构发生轻微损伤时, 可将其视为对原结构参数的轻微扰动, 设损伤前后结构参数变化如下

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^d &\rightarrow \mathbf{K}^0 + \Delta \mathbf{K} \\ \mathbf{M}^d &\rightarrow \mathbf{M}^0 + \Delta \mathbf{M} \\ \omega_i^d &\rightarrow \omega_i^0 + \Delta \omega_i \end{aligned} \quad (3)$$

式中: 上标 0 表示健康状态, 上标 d 表示损伤状态。

一般假设损伤只影响结构刚度, 而对质量几乎无影响, 因此将 $\Delta \mathbf{M}$ 近似取值为 0。对上述摄动方程展开, 并忽略二阶及以上高阶小量, 可得一阶近似关系

$$\Delta \omega_i^2 \approx \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \Delta \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_i}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} \quad (4)$$

结合 Rayleigh 商表达式、圆频率与自振频率关系, 可得频率相对变化关系

$$\frac{\Delta f_i}{f_i^0} \approx \frac{1}{2} \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_i}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_i} \quad (5)$$

结构自振频率变化取决于刚度变化幅值及振型在损伤区域的分布, 是损伤位置与程度共同作用的结果。相同损伤程度下, 不同位置的振型响应不同导致频率变化特征不同; 同一位置损伤程度不同则频率变化幅值不同。

为进一步消除损伤程度对识别结果的影响, 引入不同阶次频率变化的比值。设 i 阶与第 j 阶频率变化率分别为 r_i 和 r_j 则频率变化比定义为

$$R_{ij} = \frac{r_i}{r_j} \quad (6)$$

由上式可得, 当结构损伤可等效为局部刚度削弱时, $\Delta \mathbf{K}$ 可表示为损伤位置相关函数与损伤程度的乘积形式, 即:

$$\Delta \mathbf{K} = \mu \mathbf{K}_p \quad (7)$$

式中: μ 表示损伤程度, \mathbf{K}_p 表示损伤位置相关的刚度变化模式矩阵。

代入上式得到

$$R_{ij} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K}_p \boldsymbol{\varphi}_i}{\boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{K}_p \boldsymbol{\varphi}_j} \quad (8)$$

小损伤条件下, 频率变化比主要与损伤位置有关, 这是利用多阶频率特征进行损伤定位的理论基础。该方法基于小损伤假设, 不适用于大损伤情形。桥梁早期损伤通常属于小损伤范围, 故该方法具有良好的适用性。

2 基于自振频率变化特征的损伤定位方法

结构损伤本质是局部刚度退化, 自振频率对刚度变化敏感。局部损伤改变整体刚度矩阵, 使各阶频率发生不同变化。由于不同模态对各位置的敏感程度不同, 同一损伤在不同位置产生的频率变化特征也不同。因此, 可利用多阶频率变化信息构建损伤识别参数, 通过比对标准特征与实测工况, 实现损伤定位。设结构在无损状态下第 i 阶自振频率为 f_i^0 , 损伤状态下为 f_i^d , 则第 i 阶频率变化率为

$$r_i = \left| \frac{f_i^d - f_i^0}{f_i^0} \right| \quad (9)$$

式中: r_i 为第 i 阶自振频率变化率, 表示该阶频率对结构损伤的敏感程度。

为了进一步削弱损伤程度对识别结果的影响, 并突出损伤位置对不同阶模态频率响应差异的控制作用, 设第 i 阶与第 j 阶频率变化比为

$$R_{ij} = \frac{r_i}{r_j} \quad (10)$$

j 小损伤下, 频率变化率与损伤程度成正比, 变化比 R_{ij} 可抵消损伤程度因子, 反映模态相对敏感性。单一指标易受环境及测试误差干扰, 故将前 m 阶频率变化率组合为特征向量, 即

$$\mathbf{r}^{(e)} = \left[r_1^{(e)}, r_2^{(e)}, \dots, r_m^{(e)} \right]^T \quad (11)$$

式中: e 表示候选损伤单元编号, m 为选取参与识别

的模态阶数, $r^{(e)}$ 为假定第 e 个单元发生损伤时所对应的频率变化率特征向量。

对于任一候选损伤单元 e , 通过对其单元刚度矩阵施加折减, 可模拟该位置发生局部损伤后的结构状态。若健康状态下第 e 个单元刚度矩阵为 K_e^0 , 则损伤状态下可表示为

$$K_e^d = (1 - \mu) K_e^0 \quad (12)$$

式中: μ 表示损伤程度, K_e^d 表示第 e 个单元损伤后的刚度矩阵。

将该损伤单元刚度矩阵代入整体结构刚度矩阵后, 可重新进行特征值分析, 获得结构在该损伤工况下的前 m 阶自振频率, 并由式 (5.9) 计算对应的频率变化率向量 $r^{(e)}$ 。当对所有候选损伤单元逐一进行上述计算后, 可建立结构在不同损伤位置条件下的标准频率变化特征。

当获得待识别结构的实测模态频率后, 同样可依据健康状态频率与实测频率之间的差异构造实测频率变化率向量

$$r^{mea} = [r_1^{mea}, r_2^{mea}, \dots, r_m^{mea}]^T \quad (13)$$

式中: r^{mea} 为待识别结构的实测特征向量。

为确定实际损伤位置, 需要将 r^{mea} 与标准特征库中各候选单元对应的特征向量 $r^{(e)}$ 进行逐一比较。本文采用欧氏距离作为损伤定位的主要匹配判据, 即

$$J_e = \|r^{mea} - r^{(e)}\|_2 \quad (14)$$

式中: J_e 为实测特征向量与第 e 个候选损伤单元标准特征向量之间的匹配误差。

3 算例分析

在损伤识别有限元分析中, 单元划分过粗会降低损伤定位精度, 单元划分过细则会增加计算量, 并可能使相邻单元损伤对应的频率变化特征过于接近, 不利于稳定识别。本文以 5m 波形钢腹板简支组合箱梁为对象, 沿梁长划分为 16 个单元, 对应单元长度为 0.3125m, 约为跨度的 1/16。该划分尺度能够较好表征局部刚度退化对结构固有频率的影响, 并满足 1/4L、1/2L 等典型损伤位置的离散表达要求。箱梁混凝土部分泊松比为 0.2, 弹性模量为 34.5GPa; 波形钢腹板泊松比为 0.3, 弹性模量为 206GPa, 其余几何尺寸与截面参数分别如图 1 所示。

为研究不同损伤位置及损伤程度对结构固有频率变化规律的影响, 本文选取典型损伤敏感位置, 并设置多种损伤工况。共设 5 种损伤工况: 工况 1 和 2 的损伤位置均为 1/4L, 损伤程度分别为 5% 和 10%; 工况 3、4、5 的损伤

位置均为 1/2L, 损伤程度分别为 5%、10% 和 20%。

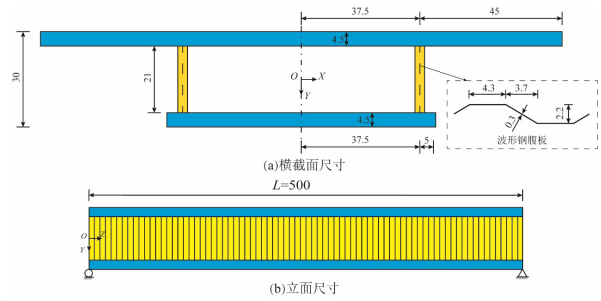


图1 波形钢腹板组合箱梁截面及立面尺寸 (单位: cm)

3.1 不同损伤工况的频率

为分析不同损伤位置与损伤程度对结构自振频率的影响, 分别计算波形钢腹板简支箱梁在健康状态及五种损伤工况下的前 6 阶自振频率。各工况下的自振频率计算结果及对比情况如表 1、2 所示。

表1 不同工况下不同阶次频率 (单位: Hz)

工况	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6
①健康状态	25.397	83.014	150.992	222.404	296.399	373.422
②工况1	25.361	82.863	150.775	221.946	295.748	372.922
③工况2	25.321	82.697	150.539	221.449	295.050	372.391
④工况3	25.329	82.895	150.790	221.947	296.034	372.716
⑤工况4	25.253	82.766	150.570	221.455	295.642	371.956
⑥工况5	25.077	82.474	150.065	220.338	294.758	370.246

表2 不同工况与健康状态下频率误差 (%)

误差(%)	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6
(①-②)/①	0.14%	0.18%	0.14%	0.21%	0.22%	0.13%
(①-③)/①	0.30%	0.38%	0.30%	0.43%	0.46%	0.28%
(①-④)/①	0.27%	0.14%	0.13%	0.21%	0.12%	0.19%
(①-⑤)/①	0.57%	0.30%	0.28%	0.43%	0.26%	0.39%
(①-⑥)/①	1.26%	0.65%	0.61%	0.93%	0.55%	0.85%

相同损伤位置下, 损伤程度由 5% 增至 20%, 各阶频率下降幅值单调增大。跨中 20% 损伤时一阶频率下降 1.26%。相同损伤程度下, 跨中 (0.5L) 损伤引起的频率变化大于 1/4L 位置。5% 损伤时, 1/4L 基频下降 0.14%, 跨中下降 0.27%, 原因在于跨中弯矩较大, 刚度退化对整体弯曲刚度的削弱更显著。

3.2 频率变化率

为进一步描述不同位置损伤对整体频率变化的影响程度, 定义前 6 阶频率变化率的综合指标为

$$DI_e = \sum_{i=1}^m \left| \frac{f_i^d - f_i^0}{f_i^0} \right| \quad (15)$$

式中: DI_e 为第 e 个候选损伤单元对应的综合频率变化率指标, m 为参与统计的模态阶数, 本文取前 6 阶频率; f_i^0 与 f_i^d 分别为健康状态和损伤状态下第 i 阶自振

频率。

对 16 个单元逐一施加损伤，分别计算不同损伤程度下的综合指标，如图 2 所示。

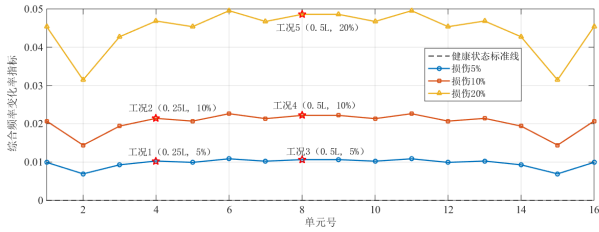


图2 不同损伤程度频率变化率

不同单元损伤时，综合指标沿梁长分布不均：跨中附近较大，2、15 号单元较小。不同损伤程度下曲线形态相似，在第 6、8、9、11 单元较高，第 2、15 单元为低谷，表明指标受模态分布控制。随损伤程度增大，综合指标整体抬升且曲线形态一致，说明 DI 指标可同时反映损伤位置与程度。跨中 20% 损伤时综合指标最大，对整体动力特性影响最明显。

3.3 损伤定位分析

以 10% 损伤程度下各候选单元的频率变化率向量作为标准样本，选以第 8 单元 10% 损伤这一工况作为识别算例，构造实测频率变化率向量 r^{mea} ，并将其与标准频率变化率样本中各单元对应的频率变化率向量逐一比较，欧氏距离匹配结果如图 3 所示。匹配误差曲线在第 8 单元处取得最小值，且该位置与真实损伤位置一致，表明基于标准频率变化率样本的匹配方法能够较准确地识别出损伤位置。

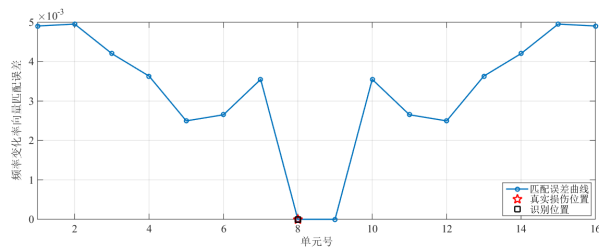


图3 欧氏距离匹配结果图

误差曲线在真实损伤位置附近取值较低，偏离后逐渐增大，表明标准曲线匹配具有良好的位置分辨能力。第 2、15 单元附近误差相对较低，第 6、11 单元较高，与频率敏感性扫描结果一致，原因在于不同位置对应的多阶频率变化向量存在相似性差异。误差曲线的峰谷分布可有效反映各候选单元与目标工况的相似程度。综上，基于前 6 阶频率变化率构造的标准样本能较好保留损伤位置信息，欧氏距离匹配方法可有效识别波形钢腹板组合箱梁的局部损伤位置，且计算量小、便于与实际监测结合，具有一定工程应用价值。

4 结语

本文通过折减局部单元翼板弯曲相关刚度模拟结构损伤，研究了不同损伤位置与损伤程度对结构自振频率的影响规律，在此基础上提出了多阶自振频率变化率的损伤识别方法。

(1) 结构损伤后各阶频率均下降。随损伤程度由 5% 增至 20%，频率变化幅值显著增加：10% 损伤时综合频率变化率指标为 0.014~0.023，20% 时增至 0.031~0.050，表明频率可较准确反映损伤程度。相同损伤程度下，跨中区域综合指标大于支座附近，弯矩较大处刚度退化对整体动力特性影响更显著。

(2) 基于建立的频率变化率标准库，采用欧氏距离最小准则对待识别工况进行匹配分析，结果表明该方法能够有效识别损伤位置。对于跨中及四分点位置，识别结果与实际损伤位置基本一致，验证了方法的可行性与准确性。

(3) 在频率变化率分析基础上，建立了标准频率变化率样本，采用欧氏距离作为匹配判据进行损伤定位。以第 8 单元 10% 损伤为识别算例，匹配误差在第 8 单元处取得最小值，准确识别出真实损伤位置，验证了该方法在波形钢腹板组合箱梁局部损伤识别中的有效性。

参考文献：

- [1] 郝常顺, 刘保东, 孙武鹏等. 大跨度铁路桥梁健康监测技术研究与应用综述[J]. 铁道科学与工程学报, 2025, 22(4):1662-1685.
- [2] 张玉元, 张元海, 张慧. 基于剪力滞附加挠度的箱梁弯曲自振特性分析[J]. 西南交通大学学报, 2024, 59(6): 1431-1439.
- [3] Lin J P, Liu X L, Wang Y, et al. Static and dynamic analysis of three-layered partial-interaction composite structures[J]. Engineering Structures, 2022, 252: 113581.
- [4] 冀伟, 邓露, 刘世忠等. 变截面波形钢腹板 PC 箱梁的动力特性分析[J]. 铁道工程学报, 2016, 33(3): 60-64.
- [5] Kariyawasam K K G K D, Middleton C R, Madabhushi G, et al. Assessment of bridge natural frequency as an indicator of scour using centrifuge modelling[J]. Journal of Civil Structural Health Monitoring, 2020, 10: 861-881.
- [6] Wu J Q, Li H Y, Ye F, et al. Damage identification of bridge structure based on frequency domain decomposition and strain mode[J]. Journal of Vibroengineering, 2019, 21(8): 2096-2105.
- [7] 张启伟, 周艳. 桥梁健康监测技术的适用性[J]. 中

国公路学报, 2006, (06): 54-58.

[8] 李焕兰. 简支梁桥损伤状态下车桥耦合动态响应分析[D]. 大连: 大连海事大学, 2015.

[9] Mostafa N, Di Maio D, Loendersloot R, et al. Railway

bridge damage detection based on extraction of instantaneous frequency by Wavelet Synchrosqueezed Transform[J]. Advances in Bridge Engineering, 2022, 3: 12.