

风景区游览路线生态化设计策略研究

孙婧怡 王玮琪

西北工业大学, 中国·陕西 西安 710072

摘要: 在风景区游览路线设计问题中, 找到最短路径的规划方案, 再根据实际问题限制规划一条最长游览时间的游览方案。然后添加一系列条件, 达到提高旅行社游览时间的目的。

关键词: 优化问题; 0-1 规划; 弗洛伊德算法; 穷举法; TSP 问题

Research on Ecological Design Strategies for Scenic Areas Tourist Routes

Jingyi Sun Weiqi Wang

Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi, 710072, China

Abstract: In the design of scenic spot tour routes, find the shortest path planning scheme, and then limit the planning of a tour plan with the longest tour time according to actual problems. Then add a series of conditions to achieve the purpose of increasing the travel agency's visit time.

Keywords: optimization problem; 0-1 planning; Freudian algorithm; exhaustive method; TSP problem

0 前言

对于问题一, 某游客依次参观七个景点, 要求规划最短路径。应避免重复经过某一景点, 由此我们可以建立基于 0-1 规划的最短路径模型。在实际中, 这是个非闭合回路问题, 因此我们引入虚拟景点 8, 且设定该景点到其他任何景点的距离都为 0, 将其转化为闭合回路下最短路径规划的旅行商问题。计算后可以得到最短路线为景点 $0 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$, 总距离为 1820m。

对于问题二, 游客 12:00 从景石出发, 要求在 17:00 前到达湿地商业街, 目的是规划出游览时间最长的路线。12:00 至 17:00 总共由 300 分钟由游览时间、步行时间以及在景点森林小剧场可能存在的等待时间组成。我们假设步行速度为 2km/h。当游览时间最大时, 步行时间和等待时间最小。通过控制游览时间和步行时间使等待时间为 0min。路线为: 景点 $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ 。并且总的游览时间为 270min, 总的步行时间为 60min。

对于问题三, 引入虚拟景点 8, 转化为含有三个旅行团的多旅行商问题。在满足问题二的约束下, 还要满足这三个旅行团路线不重合。第一个旅行团路线: 景点 $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ 。总步行时间 60min, 总游览时间 270min。第二个旅行团路线: 景点 $0 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ 。总步行时间 61.8min, 总游览时间 268.2min。第三个旅行团的路线: 景点 $0 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ 。总步行时间 68.8min, 总游览时间 261.2min。

对于问题四, 由于步速变化, 速度在 1km/h 和 3km/h 之间, 总的平均步速不能超过 2km/h, 在每段线路上的速度

可以进行调节。从而控制其步行时间。改变步行时间和游览时间来达到将两个旅行团错开的目的, 建立总游览时间长和总等待时间短的双目标约束模型。

对于问题五, 在第四问的基础上加上两个限制条件: 一是出发时间的不确定性, 二是每个景点等待时间的不确定性。对于限制条件一, 可知最晚出发的时间为 12:55, 旅行出发时间是 12:00 至 12:55 的一个区间数。

1 问题重述

1.1 问题背景

现有如下实际问题: 某游客前往一风景区参观, 该景区内两相邻景点之间的最短步行距离不尽相同 (见表 1), 该游客在各景点的游览时长和景点开放时段不尽相同。现根据不同要求规划相应的游览路线, 见图 1。



图 1 各景点位置示意图

表 1 景点之间的最短步行距离（单位：米）

	景石	游客服务中心	阳光草坪	森林小剧场	儿童科普体验区	儿童戏水场	湿地博物馆	湿地商业街
景石	0	300	360	210	590	475	500	690
游客服务中心	300	0	380	270	230	285	200	390
阳光草坪	360	380	0	510	230	765	580	770
森林小剧场	210	270	510	0	470	265	450	640
儿童科普体验区	590	230	230	470	0	515	260	450
儿童戏水场	475	285	765	265	515	0	460	650
湿地博物馆	500	200	580	450	260	460	0	190
湿地商业街	690	390	760	640	450	650	190	0

表 2 各景点游览时间

景点	时间	游览时间	开放时间
游客服务中心		10~30 分钟	9:00-16:00
阳光草坪		20~60 分钟	9:00-17:00
森林小剧场		30 分钟	9:00, 9:30, …… , 16:30, 17:00（半点和整点开放）
儿童科普体验区		30~60 分钟	9:00-17:00
儿童戏水场		20~60 分钟	9:00-17:00
湿地博物馆		30~60 分钟	9:00-17:00
湿地商业街		30 分钟以上	9:00-21:30

1.2 需要解决的问题

问题 1：从景石出发，某游客步行游览以下景点：①游客服务中心；②阳光草坪；③森林小剧场；④儿童科普体验区；⑤儿童戏水场；⑥湿地博物馆；⑦湿地商业街。建立数学模型，找出从景石出发，到达⑦湿地商业街，并且经过①~⑥所有景点至少 1 次的距离最短的路线，计算该路线的长度。

问题 2：如果某游客 12:00 从景石出发，要求他 17:00 前到达湿地商业街，17:30 离开湿地商业街（注：根据表 2 的要求在湿地商业街游览时间至少为 30 分钟）。为该游客设计一条能游览完全部景点（景点①~⑦）且游览总时间最长的游览路线（假设在各个景点没有等待时间）。

问题 3：如果有 3 个旅游团，12:00 同时从景石出发，要求三个旅游团 17:00 前到达湿地商业街，17:30 离开湿地商业街（注：根据表 2 的要求在湿地商业街游览时间至少为 30 分钟），并且每个景点（湿地商业街除外）同时只能容纳 1 个旅游团游览，按照时间顺序到达的旅游团，需要等待先到达的旅游团游览结束之后才能开始游览。为三个旅游团分别设计一条能游览完全部 7 个景点且游览总时间最长的游览路线。

问题 4：假设 3 个旅游团的步行速度可以在 1km/h 到 3km/h 之间调节，但是总的平均步行速度不能超过 2km/h，3 个旅游团 12:00 同时从景石出发，要求三个旅游团 17:00 前到达湿地商业街，17:30 离开湿地商业街（注：根据表 2 的要求在湿地商业街游览时间至少为 30 分钟），并且每个景点（湿地商业街除外）同时只能容纳 1 个旅游团游览，按

照时间顺序后到达的旅游团，需要等待先到达的旅游团游览结束之后才能开始游览。为三个旅游团分别设计一条能游览完全部 7 个景点且游览总时间长，总的等待时间短的游览路线。

问题 5：在现实中，考虑如下两个不确定性因素：

①不同旅游团从景石出发的时间具有不确定性。例如，多个旅游团在不同的时间从景石出发开始游览，在此情况下到达湿地商业街的时间可以顺延。

②每个景点的等待时间也存在不确定性因素。例如，旅游设施短时间的维护和清理，或者受到散客客流的影响。

考虑上述两个不确定性因素，其他条件与问题 4 相同，建立数学模型，为每个新到的旅游团分别设计一条能游览完全部 7 个景点且游览总时间长，总的等待时间短的游览路线。

2 问题分析

2.1 问题 1 分析

游客从景石出发，经过各景点至少一次，要求得游览的最短路线，因此要考虑两景点之间线路是否被选择，且要求在有限的时间内参观完更多的景点，结合生活实际，每个景点应当只经过一次，避免重复到达的情况，所有路线最多经历一次，这是 0-1 规划的最短路径选择问题。

第一问是旅行商问题（TSP）：即在给定一系列目标与任意两个目标之间的距离时，从某一起点开始，依次经过每个目标一次并回到起点的最短路线，这是无向图闭合回路最短路线的选择问题。但是对于实际生活中的景点而言，为了更好的满足人们的游览体验和观光需求，景区的特定景点往往作为出入口，并且这两景点间距较大，且包括了绝大多数

景点。因此这种情况下的最短路径规划问题,往往出现终点和起点不重合的现象,因此造成非闭合回路问题。在这种情况下,我们引入一个虚拟景点,并且设定该景点到其他任何景点的距离都为 0,将其转化为闭合回路下最短路径规划的旅行商问题。如图 2 所示。

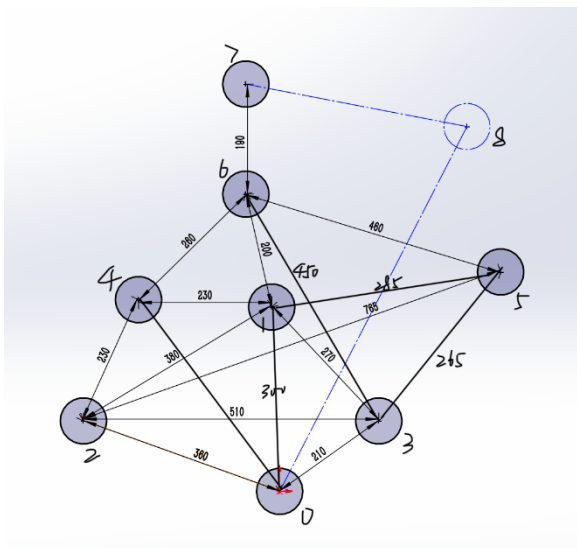


图 2 加入虚拟景点后的各景点相对位置示意图

2.2 问题 2 分析

游客 12:00 从景石出发,要求在 17:00 前到达湿地商业街,第二问的目的是规划出游览时间最长的路线,且能参观完除了湿地商业街以外的所有景点。12:00 至 17:00 总共由 300 分钟,这些时间由游览时间、步行时间以及在景点森林小剧场可能存在的等待时间组成。当游览时间最大时,步行时间和等待时间的和最小。因此该问题转化为求步行时间和等待时间的最小值。根据第三问,我们假设步行速度为 2km/h。当等待时间减少时,我们希望到达森林小剧场之前的游览时间和步行时间之和尽量接近整点或半点。可以推测,从景石出发之后前往的第一个景点不能是森林小剧场,以减少等待时间。由于游客服务中心必须在 16:00 之前游览,因此要合理分配之前的游览及步行时间。

2.3 问题 3 分析

在前两问的解答中,我们将问题转化为只有一个对象的旅行商问题。但是在实际应用中,往往会出现多个对象。因此,我们要解决出现多个旅行团的最佳路径选择问题,景区内的游客能否被疏散与游客的体验感密切相关,这间接地影响了企业的收益,因此十分有必要合理地针对不同旅行团的游览路线进行个性化规划。

对于本题,我们延续前两问的思路,依旧引入虚拟景点 8,将该问题转化为闭合回路的路线规划问题。由于本题涉及三个对象,因此可以将本题转化为含有三个旅行团的多旅行商问题。在满足游览路线尽量短、游览时间最长,并且在规定的完成对部分景点参观的前提下,还要满足这三个旅行团路线不重合的条件。

2.4 问题 4 分析

在第三问的基础之上,旅行团的步行速度发生了变化,速度在 1km/h 和 3km/h 之间,总的平均步行速度不能超过 2km/h,因此在每段线路上的速度可以进行调节。其余约束条件都与第三问相同,在此约束条件下,要求三个旅行团的总游览时间长,总等待时间短,根据以上条件,建立总游览时间长和总等待时间短的双目标约束模型。

2.5 问题 5 分析

因为其他条件和第四问相同,现在我们只需要在第四问的基础上加上两个限制条件:一是出发时间的不确定性,二是每个景点等待时间的不确定性。对于限制条件一,根据题目意思我们可以确定最晚出发的时间为 12:55,所以旅行出发时间是 12:00 至 12:55 的一个区间数,由于限制条件二的作用,我们可以通过建立相关数学模型来解决问题。

3 模型假设

①游客理想:游客都是遵纪守法不会迟到的优秀公民,旅行团中的游客步行速度一致,且符合理想值,游客无特殊情况延迟观光或者对观光过程产生阻碍。

②观光场所理想:将观光场所视为坐标点,场所内部距离不代入计算,观光场所内部运行正常,无交通堵塞等特殊情况发生。

③外部因素理想:天气交通等因素适合观光,对观光不会产生阻碍,忽略一些关联性不大的外部因素对观光的影响。

4 模型的建立与求解

4.1 问题 1 的模型建立与求解

4.1.1 模型的准备

问题 1 要在游览过每一个景点的前提下,建立游览路线最短的模型,为便于模型建立,下面首先建立相关变量,并对题目中所给信息及参数进行符号化处理:

①设第 i 个景点与第 j 个景点之间的步行距离(单位: m)的最小值为: D_{ij} ($i \neq j$)。

②设从游客服务中心 $\rightarrow \dots \rightarrow$ 湿地商业街的最短路程为 $\min D$ 。

③定义 X_{ij} ($i \neq j$), 且:

$$X_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{表示不从景点 } i \text{ 到景点 } j \\ 1, & \text{表示从景点 } i \text{ 到景点 } j \end{cases}$$

④在选择线路的过程中有可能出现闭合回路的“分割”现象,为了避免,我们引入实数 k_i ($i=1, 2, \dots, 1$)。

4.1.2 模型的建立

①由同一路线上来回路程相等可得:

$$D_{ij} = D_{ji}$$

②得到目标函数:

$$\min D = \sum_{i=0}^8 \sum_{j=0}^8 D_{ij} X_{ij}$$

③某游客从一个景点出发后只能前往下一个景点，即两景点之间有且仅有一条线路被使用，可得：

$$\sum_{j=0}^8 X_{ij} = 1, \quad (i=0, 1, \dots, 8, \text{ 且 } i \neq j)$$

④根据⑤，同理可得：

$$\sum_{j=0}^8 X_{ji} = 1, \quad (j=0, 1, \dots, 8, \text{ 且 } i \neq j)$$

⑤除了目的地之外，每个景点至少经过一次，对于第 m 个景点：

$$\sum_{i=1}^8 X_{im} - \sum_{j=1}^8 X_{mj} = 0, \quad m \neq i \neq j, \quad m=2, 3, \dots, 8$$

⑥根据⑤和⑥可得：

$$X_{ij} + X_{ji} \leq 1$$

⑦在 i, m, j 三个景点中，从 i 到 j 最多选择两条路线，即：

$$X_{im} + X_{mj} + X_{ji} \leq 2$$

⑧为了避免出现闭合回路，可以得到以下约束条件：

$$k_i - k_j + lX_{ij} \leq 7, \quad \text{且 } 0 < i < 8, 0 < j < 8, i \neq j$$

综上所述，目标函数及约束条件如下：

$$\begin{aligned} \min D &= \sum_{i=0}^8 \sum_{j=0}^8 D_{ij} X_{ij} \\ \text{s.t. } \left\{ \begin{array}{l} D_{ij} = D_{ji} \\ \sum_{j=0}^8 X_{ij} = 1, \quad (i=0, 1, \dots, 8, \text{ 且 } i \neq j) \\ \sum_{j=0}^8 X_{ji} = 1, \quad (j=0, 1, \dots, 8, \text{ 且 } i \neq j) \\ \sum_{i=1}^8 X_{im} - \sum_{j=1}^8 X_{mj} = 0, \quad m \neq i \neq j, \quad m=2, 3, \dots, 8 \\ X_{ij} + X_{ji} \leq 1 \\ X_{im} + X_{mj} + X_{ji} \leq 2 \\ k_i - k_j + lX_{ij} \leq 7, \quad \text{且 } 0 < i < 8, 0 < j < 8, i \neq j \\ X_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{表示不从景点 } i \text{ 到景点 } j \\ 1, & \text{表示从景点 } i \text{ 到景点 } j \end{cases} \end{array} \right. \end{aligned}$$

4.1.3 模型的求解与过程分析

先引入虚拟景点 8，假设其到每个景点的距离都为 0，将本题转化为旅行商问题，并建立 TSP 模型。采用弗洛伊德算法：从任意景点 i 到任意景点 j 只有两种路线规划，一是从 i 直接到 j ，二是从 i 出发后经过若干点再到 j 。我们将从 i 到 j 的距离记为 $\text{dis}(i, j)$ ，如果经过目标 m ，则从 i 到 j 的距离为 $\text{dis}(i, m) + \text{dis}(m, j)$ ，再将其与 $\text{dis}(i, j)$ 进行比较，选择路径较短的方案。

应用到本题中应该为：从景点 0 开始，先找到景点 0 到周围任意一景点的最短路。方法是：先求出景点 0 直接到周围任意景点 j 的距离，再将其与从景点 0 出发经过景点 m ($m \neq 0, m \neq j$) 到达景点 j 的距离进行对比，取得第一个短路规划；再求出景点 0 直接到周围除了景点 j 以外的任

意景点的距离，与从景点 0 出发经过某一景点（不能是景点 0 和目标景点）再到目标景点的距离进行对比，取得第二个短路规划；依此类推，我们能得到六个短路规划，然后取这六个规划中路程最短的规划，记为第一个最短路规划。再从第一个最短路规划的终点开始，类比第一次的方法求解出该点到周围景点（除了走过的景点外）的最短路规划，记作第二个最短路规划；再从第二个最短路规划的终点开始，类比以上方法找到第三个最短路规划，依次筛选，直到到达终点为止。

我们用编写程序，不断的交换线路来计算更优的解，再用优解替代上一个不优的解。计算后可以得到如下结论：在不考虑虚拟景点 8 的情况下，最短路线为景石→森林小剧场→儿童戏水场→游客服务中心→阳光草坪→儿童科普体验区→湿地博物馆→湿地商业街（ $0 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ ），总距离为 1820 米，见图 3。

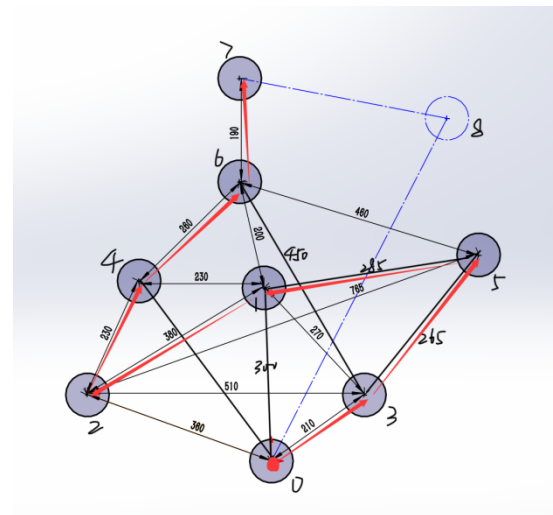


图 3 最短路径示意图

4.2 问题 2 的模型建立与求解

4.2.1 模型的准备

问题 2 要在 300 分钟内游览除了湿地商业街之外的所有景点，并且在 16:00 之前参观游客服务中心，在将近整点或者半点到森林小剧场，目的是建立出满足以上要求并且游览时间最长的路线模型，为便于模型建立，下面首先建立相关变量，并对题目中所给信息及参数进行符号化处理：

①设从第 i 个景点到第 j 个景点之间步行时间（单位：min）为 t_{ij} ($i \neq j$)。

②设游览第 i 个景点的时间为 t_{ii} ($i=1, 2, \dots, 7$)。

③设游览总时间为 T_1 。

④设步行总时间为 T_2 。

⑤设从景石出发前往的第一个景点为 n ($n=1, 2, 4, 5, 6$)。

⑥设任意一景点 i 前往虚拟景点 8 的距离为 d_{i8} ($i=1,$

2, …… , 7)。

⑦设从第 n 个景点出发经过所有景点的路程为 $\min D_n$ 。

⑧设在景点森林小剧场的等待时间为 t' 。

⑨设步行速度 (单位: m/min) 为 v 。

4.2.2 模型的建立

①游览的总时间为:

$$T_1 = \sum_{i=1}^7 t_{ii}, \quad (i=1, 2, \dots, 7)$$

②任意一景点 i 前往虚拟景点 8 的距离为:

$$d_{i8} = 0, \quad (i=1, 2, \dots, 7)$$

③从第 n 个景点出发经过的总路程为:

$$\min D_n = \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 D_{ij} X_{ij} + d_{i8}$$

④步行总时间为:

$$T_2 = \frac{\min D_n}{v} \quad (v=2\text{km/h})$$

⑤总时间满足以下关系:

$$T_1 + T_2 + t' \leq 300$$

⑥游客从一个景点出发后只能前往下一个景点, 即两景点之间有且仅有一条线路被使用:

$$\sum_{j=1}^8 X_{ij} = 1, \quad (i=1, \dots, 8, \text{ 且 } i \neq j)$$

⑦根据⑥, 同理可得:

$$\sum_{i=1}^8 X_{ij} = 1, \quad (j=1, \dots, 8, \text{ 且 } i \neq j)$$

⑧对于第 n 个景点和第 7 个景点, 满足:

$$X_{78} + X_{87} = 1$$

$$X_{n8} + X_{8n} = 1$$

⑨为了避免出现闭合回路, 可以得到以下约束条件:

$$k_i - k_j + lX_{ij} \leq l-1, \text{ 且 } 1 < i \neq j \leq l$$

⑩对于游览第 i 个景点的时间的约束, 由题意得:

$$10 \leq t_{11} \leq 30$$

$$10 \leq t_{22} \leq 30$$

$$t_{33}=30$$

$$30 \leq t_{44} \leq 30$$

$$20 \leq t_{55} \leq 30$$

$$30 \leq t_{66} \leq 30$$

综上所述, 对于问题 2 的模型建立如下:

$$T_1 = \sum_{i=1}^7 t_{ii} \quad (i=1, 2, \dots, 7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{i8} = 0, (i=1, 2, \dots, 7) \\ T_1 + T_2 + t' \leq 300 \\ \sum_{j=1}^8 X_{ij} = 1, \quad (i=1, \dots, 8, \text{ 且 } i \neq j) \\ \sum_{i=1}^8 X_{ij} = 1, \quad (j=1, \dots, 8, \text{ 且 } i \neq j) \\ X_{78} + X_{87} = 1 \\ X_{n8} + X_{8n} = 1 \\ k_i - k_j + lX_{ij} \leq l-1, \text{ 且 } 1 < i \neq j \leq l \\ \text{s.t.} \quad \min D_n = \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 D_{ij} X_{ij} + d_{i8} \\ T_2 = \frac{\min D_n}{v} \\ 10 \leq t_{11} \leq 30 \\ 10 \leq t_{22} \leq 30 \\ t_{33}=30 \\ 30 \leq t_{44} \leq 30 \\ 20 \leq t_{55} \leq 30 \\ 30 \leq t_{66} \leq 30 \end{array} \right.$$

4.2.3 模型的求解与过程分析

第二问与第一问不同之处在于, 我们并不选择最短路径的方案, 而是选择游览最长时间的方案。假设在每个景点都游览最大时间, 那么刚好需要 330min, 但是现在有步行时间和等待时间, 因此我们可以得到: 游览时间 = 330min - 步行时间 - 等待时间。当游览时间最大的时候, 有步行时间和等待时间之和最小。由第一问可知, 路径越短, 步行时间越短, 我们希望等待时间为零, 步行时间最短, 这样就可以得到最大游览时间。

下面来分析等待时间。从表 1 可知, 游客服务中心游览时间为 10~30min, 阳光草坪的游览时间为 20~60min, 儿童科普体验区的游览时间为 30~60min, 儿童戏水场的游览时间为 20~60min, 湿地博物馆的游览时间是 30~60min。计算等待时间的方法如下: 用到达景点 3 森林小剧场之间的时间除以 30min 并取余, 用 30min 减去余数为等待时间。如果沿用第一问的方案, 从景石出发直接前往景点 3 森林小剧场, 那么步行时间为 3.63min, 此时等待时间为 23.64min, 数值较大不符合要求, 因此不能从景石出发直接游览景点 3。

如果从景石出发经过一个景点, 再前往森林小剧场, 那么有以下几种情况: 如果是经过游客服务中心, 那么步行时间为 17.27min, 如果在游客服务中心游览时间为 10min, 那么此时的等待时间为 2.73min。因此, 如果游览时间为 12.73min 那么等待时间刚好为零; 如果是经过儿童科普体验区或者儿童戏水场或者阳光草坪再前往森林小剧场, 那么我们可以通过调控游览时间来达到使等待时间为 0min 的目的。因此, 从景石出发后, 不论经过哪一个景点到达森林小剧场, 我们都可以控制等待时间为 0min。

同理, 如果从景石出发, 经过任意两个景点再到达森林小剧场, 我们都可以控制等待时间为 0min。

因此, 不论选择什么路线, 我们都可以使等待时间为

0min, 因此我们只需要找到最短路径的规划。

现在问题转化为以 a 为起点的五条闭合回路的路径选择问题, 沿用第一问的弗洛伊德算法, 可以计算出多种方案, 再根据约束条件——16:00 之前参观游客服务中心, 分别计算每种方案的等待时间。

通过编程我们可以得到游览路线为: 景石 → 阳光草坪 → 儿童科普体验区 → 森林小剧场 → 儿童戏水场 → 游客服务中心 → 湿地博物馆 → 湿地商业街。即 $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ 。

游客在各个景点的到达时间点、离开时间点和游览时间如表 3 所示。先步行 11min 到达阳光草坪, 游览 20min; 步行 7min, 到达儿童科普体验区, 游览 38.2min; 步行 14min, 到达森林小剧场, 游览 30min; 步行 8min, 到达儿童戏水场, 游览 60min; 步行 9min, 到达旅游服务中心, 游览 30min; 步行 6min, 到达湿地博物馆, 游览 60min; 步行 6min, 到达湿地商业街, 游览 32min。

表 3 游客在各个景点的到达时间点、离开时间点和游览时间

序号	景点名称	到达时间点	游览时间 (单位: 分钟)	离开时间点
1	景石	12:00	0	12:00
2	阳光草坪	12:11	20	12:31
3	儿童科普体验区	12:38	38	13:16
4	森林小剧场	13:30	30	14:00
5	儿童戏水场	14:08	60	15:08
6	旅游服务中心	15:17	30	15:47
7	湿地博物馆	15:53	60	16:53
8	湿地商业街	16:59	32	17:31
		总的游览时间: 270 分钟		
		总的步行时间: 60 分钟		

注: 问题三同问题二一样在计算过程中, 所有时间严格计算到分, 但在填表过程中四舍五入将分去掉。

4.3 问题 3 的模型建立与求解

4.3.1 模型的准备

①设三个旅行团在第 i 个景点的游览时间分别为 t_{1i} , t_{2i} , t_{3i} 。

②设三个旅行团第 x 次到达的景点分别为 a , b , c 。

③设三个旅行团的游览总时间之和的最大值为 $\max T$ 。

4.3.2 模型的建立

①三个旅行团的游览总时间之和的最大值为:

$$\max T = \sum_{i=0}^7 (t_{1i} + t_{2i} + t_{3i})$$

②第 x 次到达的景点满足以下条件:

$$a \neq b \neq c, (x, a, b, c=1, 2, \dots, 7)$$

综上所述, 目标函数为:

$$\max T = \sum_{i=0}^7 (t_{1i} + t_{2i} + t_{3i})$$

约束条件:

在第二问约束条件的基础上, 还要满足 $a \neq b \neq c, (x, a, b, c=1, 2, \dots, 7)$ 。即在 16:00 之前游览游客服务中心, 尽量在整点或者半点到达森林小剧场, 每个景点的游览时间在规定范围内, 每个景点只游览一次, 每个景点只能容纳一个旅行团, 后到达的旅行团必须等先到达的旅行团游览结束后才能游览。

4.3.3 模型的求解与过程分析

在第二问的基础上, 我们可以得到一系列的方案, 在满足三个旅行团游览路线没有重合的前提下, 找到游览总时间之和和尽可能大的方案。第三问的解答如下:

按照游览时间从长到短进行排序, 我们可以选取以下规划方案:

时间: 269.394min 路径: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 269.242min 路径: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 269.091min 路径: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 268.485min 路径: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 268.182min 路径: $0 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 267.273min 路径: $0 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 266.364min 路径: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 266.364min 路径: $0 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 263.788min 路径: $0 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 263.030min 路径: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 263.030min 路径: $0 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 262.727min 路径: $0 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 262.273min 路径: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 7$
时间: 262.273min 路径: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 7$
时间: 262.121min 路径: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 262.121min 路径: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 7$
时间: 262.121min 路径: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 7$
时间: 262.121min 路径: $0 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 261.364min 路径: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$
时间: 261.212min 路径: $0 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 7$

经过对时间的推演, 我们可以找到符合条件的三个方案, 见表 4。

第一个旅行团路线: 景石 → 阳光草坪 → 儿童科普体验区 → 森林小剧场 → 儿童戏水场 → 游客服务中心 → 湿地博物馆 → 湿地商业街。

第二个旅行团路线: 景石 → 游客服务中心 → 儿童戏水场 → 森林小剧场 → 阳光草坪 → 儿童科普体验区 → 湿地博物馆 → 湿地商业街。

第三个旅行团的路线: 景石 → 儿童科普体验区 → 阳光草坪 → 森林小剧场 → 儿童戏水场 → 游客服务中心 → 湿地博物馆。

表 4 规划的三个方案

	第一旅游团			第二旅游团			第三旅游团		
	到达 时间点	游览时间 (单位: 分钟)	离开 时间	到达 时间点	游览时间 (单位: 分钟)	离开 时间	到达 时间点	游览时间 (单位: 分钟)	离开 时间
景石	12:00	0	12:00	12:00	0	12:00	12:00	0	12:00
游客服务中心	15:07	10	15:17	12:09	30	12:39	15:37	10	15:47
阳光草坪	12:11	28.2	13:09	14:15	54.3	15:10	13:23	51.9	14:17
森林小剧场	14:00	30	14:30	13:30	30	14:00	14:30	30	15:00
儿童科普体验区	13:16	30	13:46	15:17	60	16:17	12:18	28.2	13:16
儿童戏水场	14:38	20	14:58	12:48	34.5	13:23	15:08	20	15:28
湿地博物馆	15:23	30	15:53	16:24	30	16:54	15:53	30	16:23
湿地商业街	15:58	91.8	17:30	17:00	30	17:30	16:28	61.8	17:30
总步行时间		60 分钟			61.8 分钟			68.8 分钟	
总游览时间		270 分钟			268.2 分钟			261.2 分钟	
总等待时间		0 分钟			0 分钟			0 分钟	

注: 问题三同问题二一样在计算过程中, 所有时间严格计算到分, 但在填表过程中四舍五入将分去掉。

4.4 问题 4 的模型建立与求解

综上所述:

4.4.1 模型的准备

①设三个旅行团从第 i 个景点到第 j 个景点的平均步行速度分别为 v_{1ij} , v_{2ij} , v_{3ij} 。

②设第 i 个景点到第 j 个景点的距离分别为 d_{1ij} , d_{2ij} , d_{3ij} ($i \neq j$)。

4.4.2 模型的建立

①总游览时间为:

$$\max T = \sum_{i=0}^7 (t_{1i} + t_{2i} + t_{3i})$$

②总步行时间为:

$$T_2 = \sum_{i=0}^7 \left(\frac{d_{1ij}}{v_{1ij}} + \frac{d_{2ij}}{v_{2ij}} + \frac{d_{3ij}}{v_{3ij}} \right); \quad (i \neq j)$$

③总等待时间: 根据第三问的分析, 不论选择哪种路线规划, 都可以通过调整游览时间达到等待时间为 0min 的目的, 因此总的等待时间为 0min。

④旅行团在景区内停留的总时间为:

$$\max T + T_2 = 330 * 3$$

⑤对于速度的约束:

$$\frac{1km}{h} \leq v_{pij} \leq \frac{3km}{h} \quad (p=1,2,3)$$

$$\overline{v_{pij}} \leq 2km/h$$

⑥在每个景点游览时间的约束:

$$\begin{cases} 10 \leq t_{p1} \leq 30 \\ 20 \leq t_{p2} \leq 60 \\ t_{p3} = 30 \\ 30 \leq t_{p4} \leq 60, \quad (p=1, 2, 3) \\ 20 \leq t_{p5} \leq 60 \\ 30 \leq t_{p6} \leq 60 \\ 30 \leq t_{p7} \end{cases}$$

$$\max T = \sum_{i=0}^7 (t_{1i} + t_{2i} + t_{3i})$$

约束条件:

$$T_2 = \sum_{i=0}^7 \left(\frac{d_{1ij}}{v_{1ij}} + \frac{d_{2ij}}{v_{2ij}} + \frac{d_{3ij}}{v_{3ij}} \right)$$

$$\max T + T_2 = 330 * 3$$

$$\frac{1km}{h} \leq v_{pij} \leq \frac{3km}{h} \quad (p=1,2,3)$$

$$\overline{v_{pij}} \leq 2km/h$$

$$\begin{cases} 10 \leq t_{p1} \leq 30 \\ 20 \leq t_{p2} \leq 60 \\ t_{p3} = 30 \\ 30 \leq t_{p4} \leq 60, \quad (p=1, 2, 3) \\ 20 \leq t_{p5} \leq 60 \\ 30 \leq t_{p6} \leq 60 \\ 30 \leq t_{p7} \end{cases}$$

4.4.3 模型的求解与过程分析

第四问与第三问的基本约束条件相同, 但是速度约束发生了变化。在实际生活中, 游客的移动绝不是匀速运动, 因此我们通过调控旅行团的移动速度来疏散人群, 使各个游客都能有高质量的旅行体验, 从而带动企业的收益, 提高景点的人气和热度。因此, 我们可以通过调控速度大小, 来控制其步行时间。改变步行时间和游览时间来达到将两个旅行团错开的目的, 根据这一方法, 我们规划了路径。

在第三问的基础上, 我们希望能用到游览时间更长的路径规划方案, 因此我们对相关方案中旅行团的步行时间和游览时间进行了改变, 并得到了更高质量的路径规划方案。到达景点时间、离开景点时间、游览时间和平均速度的相关值见表 5。

表 5 到达景点时间、离开景点时间、游览时间和平均速度的相关值

	第一旅游团				第二旅游团				第三旅游团			
	到达时间	游览时间 (min)	离开时间	达到下一个点的步行速度	到达时间点	游览时间 (min)	离开时间	达到下一个点的步行速度	到达时间点	游览时间 (min)	离开时间	达到下一个点的步行速度
景石	12:00	0	12:00	2	12:00	0	12:00	2	12:00	0	12:00	2
游客服务中心	15:06:30	23.5	15:30	2	12:09	30	12:39	2	13:35:24	10	13:45:24	3
阳光草坪	12:10:48	30	12:40:48	2	14:18:36	31.9	14:50:30	2	13:52:36	20	14:12:36	1.45
森林小剧场	14:00	30	14:30	2	13:30	30	14:00	1.645	13:00	30	13:30	3
儿童科普体验区	14:47:42	58.2	13:45:54	2	14:57:24	60	15:57:24	3.25	14:26:42	31.3	14:58	2.25
儿童戏水场	14:37:57	20	14:57:57	2	12:47:33	34.5	13:22:03	2	12:14:15	37.8	12:52:03	2
湿地博物馆	15:36	30	16:05	2	16:13:42	33.3	16:47	2	15:35	30	16:05	2.3
湿地商业街	16:11:42	78.3	17:30	0	16:40:54	49.1	17:30	0	16:08:45	81.25	17:30	0
总步行时间	60 分钟				61.2 分钟				62.1 分钟			
总游览时间	270 分钟				268.8 分钟				267.9 分钟			
总等待时间	0 分钟				0 分钟				0 分钟			
平均速度	2km/h				2km/h				2km/h			

4.5 问题 5 的模型建立与求解

4.5.1 模型的准备

- ①假设 4 个旅行团两两出发的时间间隔少于 20 分钟。
- ②假设旅游设施的维护和清理时间为 p 分钟，散客客流影响的时间为 q 分钟。
- ③旅行团从景石出发的时间在 9:00 以后。
- ④除以上条件外，其他影响因素忽略不计。
- ⑤设第 p 个旅行团的等待时间为 w_{pij} 。
- ⑥最小等待时间 $\min w$ 。
- ⑦设 t_{pi} 表示旅行团 p 在第 i 个景点的游玩时间。

4.5.2 模型的建立

①旅行团 k 的步行时间：

$$t_{pij} = \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 \frac{d_{ij} X_{ij}}{v} (p = A, B, C, D)$$

②等待时间：

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 w_{pij} X_{ij}$$

③最小等待时间：

$$\min w = \sum_{p=1}^4 t_{pij} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 d_{ij} X_{ij} + p + q$$

④时间约束：

$$\frac{1}{2} \sum_{p=1}^4 \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 X_{ij} * (t_{pi} + t_{pj}) + \sum_{p=1}^4 \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 \frac{d_{ij} X_{ij}}{v} + \frac{1}{2} \sum_{p=1}^4 \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^7 w_{pij} X_{ij} + p + q \leq 480$$

4.5.3 模型的求解和过程分析

因为其他条件和第四问相同，现在我们只需要在第四问的基础上加上两个限制条件：①是出发时间的不确定性；②是每个景点等待时间的不确定性。对于限制条件 1，根据题目意思我们可以确定最晚出发的时间为 12:55，所以旅行出发时间是 12:00-12:55 的一个区间数，由于考虑旅游设施短时间的维护和清理及散客的影响，我们可以先从最简单的一个旅行团的情况开始考虑，设计一条能游览完全部 7 个景点且游览总时间长、总等待时间短的游览路线，同前面的题相似，从而进行求解。而对于限制条件 2，我们可以有以下两种思路，第一种思路是完成非正常等待后继续按照原路径进行观光，第二种路径是完成非正常等待后改变路径，对于这两种思路我们通过构建以下模型进行求解。

表 6 旅行团的情况

	第一旅游团				第二旅游团				第三旅游团			
	到达时间	游览时间 (min)	离开时间	达到下一个点的步行速度	到达时间点	游览时间 (min)	离开时间	达到下一个点的步行速度	到达时间点	游览时间 (min)	离开时间	达到下一个点的步行速度
景石	8:45	0	8:45	2	12:00	0	12:00	2	12:00	0	12:00	3
游客服务中心	10:08	30	10:38	2	15:17	10	15:26	2	12:06	10	12:16	2
阳光草坪	10:49	20	11:09	2	13:25	20.1	13:45	2	13:45	25	14:10	2
森林小剧场	9:30	30	10:00	2	14:00	30	14:30	1.645	13:00	30	13:30	2
儿童科普体验区	11:16	30	11:46	2	12:30	60	13:00	3.25	14:17	30	14:47	2

续表 6

	第一旅游团				第二旅游团				第三旅游团			
	到达时间	游览时间 (min)	离开时间	达到下一个点的步行速度	到达时间点	游览时间 (min)	离开时间	达到下一个点的步行速度	到达时间点	游览时间 (min)	离开时间	达到下一个点的步行速度
儿童戏水场	9:00	22.1	9:22	2	14:37	30	15:07	2	12:24	27.5	12:52	2
湿地博物馆	11:54	60	12:54	2	15:32	30	16:02	2	14:55	30	15:25	1
湿地商业街	12:59	270	17:30	0	16:08	81.8	17:30	0	15:33	116	17:30	0
总步行时间	97.35 分钟				68 分钟				61.2 分钟			
总游览时间	462.15 分钟				261.9 分钟				268.8 分钟			
总等待时间	0 分钟				0 分钟				0 分钟			
平均速度	2km/h				2km/h				2km/h			

5 模型的评价与推广

5.1 模型的评价

5.1.1 模型的优点

- ①论文建立模型时对于参数与变量均采用符号化处理，使之更具有一般性、普适性。
- ②论文建模之时参考多方文献，利用已有研究成果构建模型并对其进行优化，使之更具有权威性、说服力。
- ③论文模型具有可拓展性，以 TSP 问题算法为基础，条件改变时只需添加新的约束条件即可。
- ④论文模型算法简单，便于理解。

5.1.2 模型的缺点

- ①使用较多变量说明，可读性较差。
- ②算法套用多重循环，时间复杂度较高，空间占用率较大。

5.2 模型的推广

本模型用于解决旅行团路线规划决策问题，对于外界条件的改变有着很好的扩展性与适应性。并且，模型构建中考虑了设施维修、行进速度等实际因素，对于规划旅行路径具有很好的参考价值。

参考文献：

[1] 刘文君,高巍,邓森元.基于TSP对徐州潘安湖风景区游览路线的优化设计[J].韩山师范学院学报,2019(3):9.

[2] 董飞.基于0-1规划模型旅游团路线的设计[J].时代金融,2020(5):2.

[3] 邢玉虎,郝福恺,王嵩,等.基于MATLAB的最优算法案例分析——关于徐州潘安湖风景区游览路线设计[J].电声技术,2019,43(4):55-57.

作者简介：孙婧怡（2004-），女，中国河南安阳人，在读本科生，从事产品设计研究。